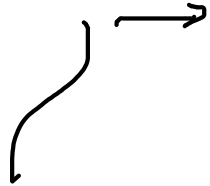
Esempio



$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} \qquad \text{matrice delle masse}$$

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 2k_p & -k_p \\ -k_p & k_p \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 3.6\cdot10^4 & -1.8\cdot10^4 \\ -1.8\cdot10^4 & 1.8\cdot10^4 \end{bmatrix} \qquad \text{matrice delle rigidezze}$$

$$\phi := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(0.5 \quad 1)\begin{vmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$(0.5, 1)\begin{vmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 0.5 \\ 1 \end{vmatrix}$$

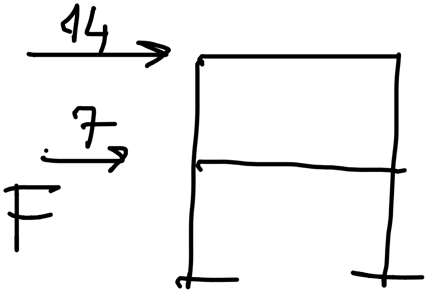
$$\sum\left(21 \cdot 0.5^2 + 21 \cdot 1^2\right)$$

Massa generalizzata: m	=	$\phi^T M \phi$	=	26.25
Rigidezza generalizzata: k	=	$\phi^T K \phi$	=	$9 * 10^3$
L =		$\phi^T M T$	=	31.5
Fattore di partecipazione: p=L/m	=	$\phi^T MT/(\phi M \phi)$	=	1.2
periodo prorio:T	=	$2\pi\ (m/k)^{0.5}$	=	0.339 s

$$R = 200 \times 200 \times 30 = 4 \times 10^4 \times 30 = 12 \times 10^5$$
$$= 12 \times 10^2\ KN$$

$$N_1 \cong 210\ KN \qquad n = 210 / 12 \times 10^2 = \frac{2.10 \times 10^2}{12 \times 10^3} = 2 \times 10^{-1}$$

Assegnando le forze esterne:



$$F = \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\underset{\sim}{F} = \underset{\sim}{K}\,\underset{\sim}{x} \longrightarrow x = K^{-1} F$$

Gli spostamenti corrispondenti valgono:

$$\phi = \begin{pmatrix} 1.167 \times 10^{-3} \\ 1.944 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Grandezze generalizzate

$\phi^T k \phi = \underset{\sim}{F} = [1{,}16 \quad 1{,}94] \begin{Bmatrix} 7 \\ 14 \end{Bmatrix} \times 10^{-3}$

$[1{,}16 \quad 1{,}94] \underbrace{\begin{bmatrix} 2{,}1 & 0 \\ 0 & 2{,}1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}\ 10^{-3} = 65{,}1 \times 10^{-3}$

Massa generalizzata: m	=	$\phi^T M\phi$	=	$1.08\ 10^{-4}$
Rigidezza generalizzata: k	=	$\phi^T F$	=	0,035
Fattore di partecipazione: p=L/m	=	$\phi^T MT/(\phi M\phi)$	=	606.04
periodo prorio:T	=	$2\pi\ (m/k)^{0.5}$	=	0.347 s

è interessante osservare che il calcolo appena eseguito non richiede la valutazione esplicita della matrice delle rigidezze, ma solo l'uso di un programma per l'analisi statica.

Formula approssimata

$T=2\ (d)^{0.5}$

ove d è lo spostamento di sommità ottenuto.

Utilizzando i valori riportati per il telaio a 2 piani di cui sopra si ha:

$F=(206;206)$ (KN)

Applicando queste forze si ottengono i seguenti spostamenti di piano:

$\Phi=(0.023;0.034)$ (m)

Nel caso in questione si ha pertanto:

$d=0.034$ m

$T=2\ (d)^{0.5}=2\ (0.034)^{0.5}=0.37$ s

17/06