$\phi^T \times \underset{\sim}{F}$ = Lavoro di $\underset{\sim}{F}$ = Zig. gen.

$\phi^T M \phi = m$ massa gen

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$\mathcal{L} = \phi^T M T$ $\qquad \mathcal{L}/m = \phi$

→ coefficiente di partecipazione

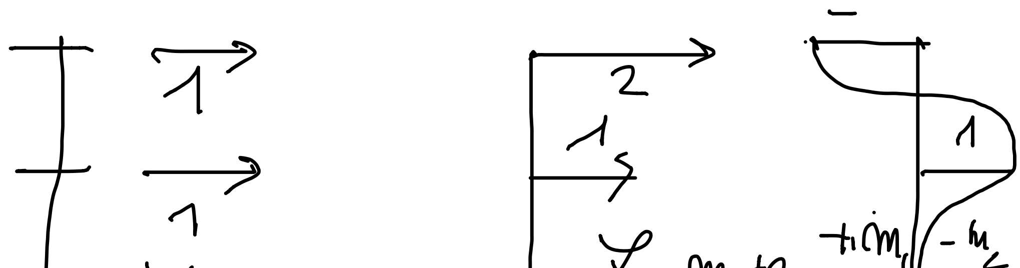
$$\ddot{u} + \omega^2 u = a(t)$$

$u(T) \Rightarrow y = \phi \cdot u(T)$

$$\mathcal{L} = \phi^T M \cdot T$$

$$\underbrace{\begin{vmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}}$$

$$\begin{vmatrix} \phi_1 & \phi_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} m_1 \\ m \end{vmatrix} = \phi_1 m_1 + \phi_2 m_2$$



$\mathcal{L} = m_1 + m_2$ $\qquad$ $\mathcal{L} = m_1 + 2m_2$

Cosa succede se uso

Φ oppure 2Φ

$$m_1 = \Phi^T m \Phi \qquad m_2 = 2\Phi^T m\, 2\Phi = 2^2 m_1$$

$$k_1 = \Phi^T k \Phi \qquad k_2 = 2\Phi^T k\, 2\Phi = 2^2 k_1$$

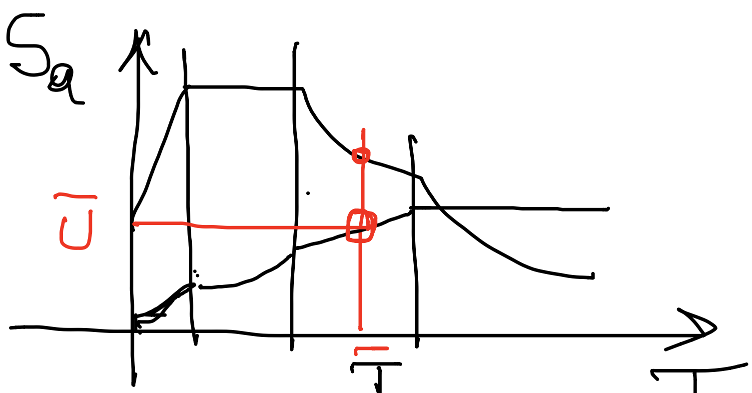
$$\mathcal{L}_1 = \Phi^T M T \qquad 2\Phi^T M T = 2\mathcal{L}_1$$

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y} + k_1 y = \mathcal{L}_1 a(t) \\ 2^2 m_1 \ddot{y} + 2^2 k_1 y = 2\mathcal{L}_1 a(t) \end{cases}$$

$$\ddot{y} + \frac{k_1}{m_1} y = \overbrace{\boxed{\frac{\alpha_1}{m_1}}}^{p_1} a(t)$$

$$\ddot{y} + \frac{\cancel{2^2} k_1}{\cancel{2^2} m_1} y = \overbrace{\frac{2\alpha_1}{2^2 m_1}}^{p_2} a(t)$$

$$\ddot{y} + \frac{k_1}{m_1} y = \frac{1}{2} p_1 \, a(t)$$



$U(\bar{T}) = \bar{U}$

1) $\underline{x} = \Phi \cdot \bar{U} p_1$

2) $\underline{x} = 2\Phi \bar{U} \frac{p_1}{2}$

$\Big\}\ \Phi S_a(T) p_1$

Coord Generalizzate
Dimostrazione della formula $T=2\,(d)^{0.5}$

Camillo Nuti

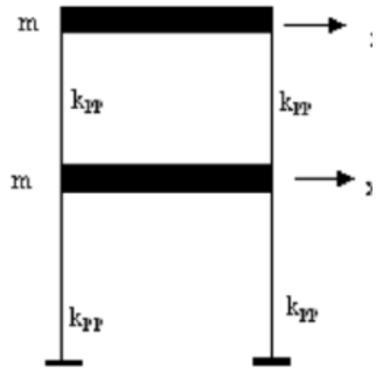
Prog Strutturale 2M 2015-16

2016-17

2017-18

Dimostrazione della formula T=2 (d)$^{0.5}$

Se si ricava lo stato di deformazione applicando quali forze orizzontale il peso dei piani:



$\phi = K^{-1} F$

Le grandezze generalizzate divengono:

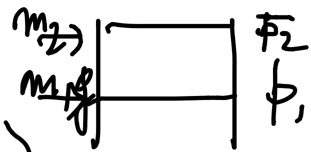
Massa generalizzata: $m = \phi^T M \phi$

Rigidezza generalizzata: $k = \phi^T K \phi = \phi^T F$

$T = 2\pi \, (m/k)^{0.5}$

$$[\phi_1 \quad \phi_2] \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi \end{bmatrix}} = \phi_1 \quad \phi_2 \begin{bmatrix} m_1 \phi_1 \\ m_2 \phi_2 \end{bmatrix} =$$

$$\phi_1 \; \phi \quad [K] \begin{Bmatrix}\phi_1 \\ \phi_2\end{Bmatrix} = [\phi_1 \; \phi_2] \begin{bmatrix} m_1 g \\ m_2 g \end{bmatrix} \rightarrow \phi_1 m_1 g + \phi_2 m_2 g$$



Sviluppando le espressioni di m e k come sommatorie si ha:

Ho raccolto lo spost. dell'ultimo pianoΦ_n

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\sum_1^{n-1}\phi_i^2 m_i + \phi_n^2 m_n}{\sum_1^{n-1}\phi_i m_i g + \phi_n m_n g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\phi_n \sum_1^{n-1}\left(\phi_i^2/\phi_n \; m_i^2 + \phi_n m_n^2\right)}{g\sum_1^{n-1}\phi_i m_i + \phi_n m_n}} = 2\pi\sqrt{\frac{\phi_n}{g}}\sqrt{\frac{\sum_1^{n-1}\left(\phi_i^2/\phi_n \; m_i^2 + \phi_n m_n^2\right)}{\sum_1^{n-1}\phi_i m_i + \phi_n m_n}}$$

≈ 1

Il secondo termine sotto radice quadrata è in genere di poco inferiore ad 1, la sua radice quadrata è ancora più prossima ad 1.L'espressine può quindi scriversi:

(Ciò è dovuto al fatto che lo spostamento dell'ultimo piano è in genere maggiore di quelli inferiori)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\phi_n}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\phi_n} = 2\sqrt{\phi_n}$$

La radice di g è circa uguale a π