

Realizzazione di un modello con massa concentrata nel baricentro delle masse

a cura di Ing. A.V. Bergami – Rev. 20/11/2012

Spesso è utile realizzare un modello di calcolo realizzato sfruttando il metodo di concentrazione delle masse. Ciò significa calcolate le masse globali di ciascun impalcato e concentrarle, in ogni piano, in un nodo definito “special joint” coincidente con il centro di massa del piano stesso.

A tale nodo vengono assegnate le caratteristiche inerziali del piano: ai gradi di libertà traslazionali va attribuita una massa pari alla massa totale del piano, mentre al grado di libertà rotazionale si assegna il valore del momento di inerzia polare delle masse del piano.

Le masse di piano vengono valutate considerando i carichi definiti all'interno della combinazione di carico “sismica”.

Pertanto il peso simico del piano i -esimo è definito da:

$$W_i = G_1 + G_2 + P + \psi_{21}Q_{k1} + \psi_{22}Q_{k2} + \dots$$

Quindi la massa traslazionale (ovvero la massa da assegnare alla direzione X e direzione Y e Z) da assegnare allo “special joint” inserito nel centro di massa di ciascun impalcato CM_i è:

$$M_{x,i} = M_{y,i} = M_{z,i} = W_i / g$$

con $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

quindi: $M_{T,i} = W_i / g$

Oltre alle masse traslazionali deve essere definita la massa rotazionale ($M_{\vartheta,i}$) attorno all'asse verticale Z, ovvero il momento di inerzia polare della massa traslazionale.

$$M_{\vartheta,i} = M_{T,i} \cdot \rho_i^2$$

dove:

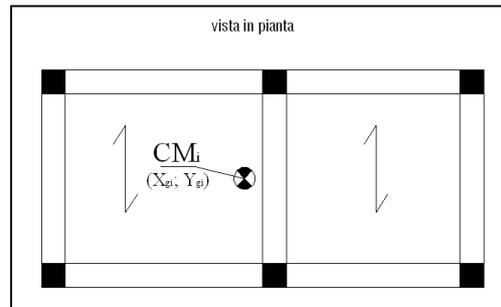
ρ_i^2 è il giratore di inerzia dell' i -esimo livello

Per calcolare il giratore d'inerzia è possibile eseguire un calcolo accurato oppure, in via semplificata se la struttura ha una sagoma pressoché rettangolare, calcolarlo in funzione delle dimensioni massime dell'impalcato a e b (larghezza e lunghezza massime in pianta, supponendo la massa spalmata uniformemente su ogni singolo piano.

In quest'ultimo caso il giratore di inerzia vale:

$$\rho = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{12}}$$

Non rimane quindi che calcolare la posizione di tutti i CM_i .



Per trovare la posizione nel piano di ciascun impalcato è possibile eseguire un banale calcolo uguagliando la sommatoria dei momenti statici di ciascuno degli j -esimi contributi di massa $m_{j,i}$ sul piano i -esimo, al momento statico prodotto dalla massa totale $M_{T,i}$, posizionata nel centro di massa di coordinate $X_{g,i}, Y_{g,i}$.

$$M_{T,i} = \sum_j m_{j,i}$$

$$\sum_j m_{j,i} \cdot x_i = M_{T,i} \cdot X_{g,i} \Rightarrow X_{g,i} = \frac{\sum_j m_{j,i} \cdot x_i}{M_{T,i}}$$

$$\sum_j m_{j,i} \cdot y_i = M_{T,i} \cdot Y_{g,i} \Rightarrow Y_{g,i} = \frac{\sum_j m_{j,i} \cdot y_i}{M_{T,i}}$$

Quindi si fissa in maniera arbitraria un'origine e si determinano $x_{j,i}$ e $y_{j,i}$ di ciascuna delle j masse in cui è discretizzabile l'impalcato

