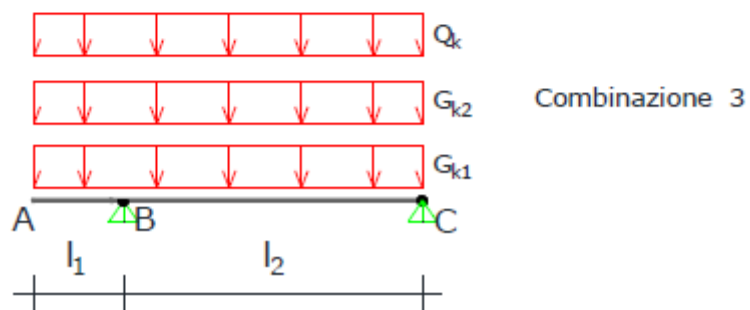
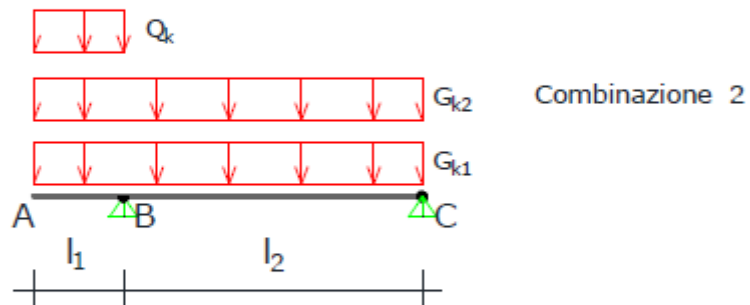
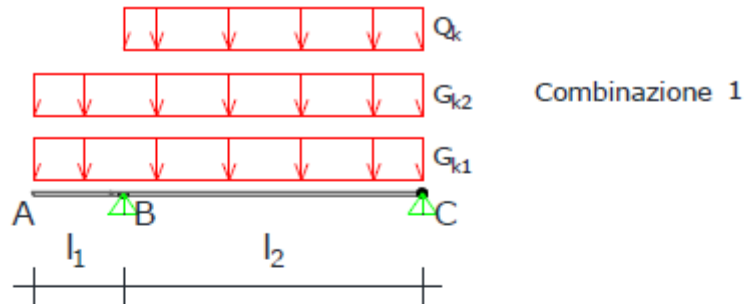


Corso di Tecnica delle Costruzioni (Canale B)

Esercitazione n.1 - SLE



1. Eseguire la verifica a flessione in campo elastico in campata BC
2. Eseguire la verifica dell'ampiezza delle fessure nell'appoggio B

Dati

Geometria

$l_1=1,8$ m

$l_2=4,5$ m

Carichi

$$Gk1 = 17 \text{ kN/m}$$

$$Gk2 = 15 \text{ kN/m}$$

$$Qk = 10 \text{ kN/m}$$

Caratteristiche sezione

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$d' = 4 \text{ cm}$$

Armatura in campata BC $A_s = 5\phi 20$, $A_s' = 2\phi 20$

Armatura in appoggio B $A_s = 3\phi 20$, $A_s' = 2\phi 20$

Materiali

Acciaio B450C

Calcestruzzo $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

Svolgimento

1) Materiali

$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 38 \text{ MPa} = 38 \text{ N/mm}^2 = 3,8 \text{ kN/cm}^2$ Resistenza media a compressione del CLS

$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{(2/3)} = 2,897 \text{ MPa}$ Resistenza media a trazione del CLS

$E_c = 22.000 (f_{cm}/10)^{0,3} = 32836,57 \text{ MPa}$ Modulo elastico del CLS

$E_s = 200.000 \text{ MPa}$ Modulo elastico dell'acciaio

Coefficiente di omogeneizzazione $n = 15$

2) Combinazioni di carico

Combinazione rara $G_{drara} = Gk1 + Gk2 + Qk$

Combinazione di carico frequente $G_{dfreq} = Gk1 + Gk2 + \psi_{11} Qk$ $\psi_{11} = 0,5$ (uso residenziale)

Combinazione di carico permanente $G_{dqp} = Gk1 + Gk2 + \psi_{21} Qk$ $\psi_{21} = 0,3$ (uso residenziale)

3) Statica per combinazione rara

Si considera la combinazione per la quale si ha il momento massimo in campata BC, ovvero la combinazione 1.

Campata AB: $G_d = G_{k1} + G_{k2} = 32 \text{ kN/m}$

Campata BC: $G_d = G_{k1} + G_{k2} + Q_k = 42 \text{ kN/m}$

Reazioni vincolari: $Y_B = 163,6 \text{ kN}$ $Y_C = 83 \text{ kN}$

Tratto AB

$$T_{AB}(x) = -32x$$

$$M_{AB}(x) = -16x^2$$

Tratto BC

$$T_{BC}(x) = 42x - 83$$

$$M_{BC}(x) = 83x - 21x^2$$

Punto in cui il momento in campata è massimo

$$T_{BC}(x) = 0 \longrightarrow x_{\max} = 1,98 \text{ m}$$

$$M_{BC \text{ max, rara}} = M_{BC}(1,98) = 82 \text{ kNm}$$

$$M_B \text{ max} = M_B(1,8) = -51,8 \text{ kNm}$$

Ripetendo i calcoli per combinazione frequente e quasi permanente si ottiene:

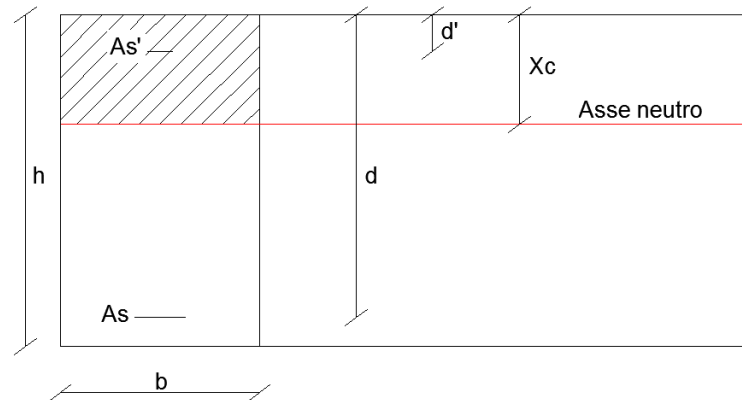
Combinazione frequente

$$M_{BC \text{ max, freq}} = 69,5 \text{ kNm}$$

Combinazione quasi permanente

$$M_{BC \text{ max, qp}} = 64,6 \text{ kNm}$$

4) Calcolo caratteristiche geometriche sezione



La sezione è in Fase II, dunque consideriamo la sezione parzializzata. Per calcolare le tensioni è necessario calcolare la posizione dell'asse neutro (x_c) e il momento d'inerzia della sezione.

$$A_s = A \cdot 5\phi 20 = 15,7 \text{ cm}^2$$

$$A_s' = A \cdot 2\phi 20 = 6,28 \text{ cm}^2$$

$$A_{tot} = 22 \text{ cm}^2$$

$$d = h - d' = 46 \text{ cm}$$

Momento statico dell'armatura dal lembo compresso (inserire figura)

$$S_s = A_s \cdot d + A_s' \cdot d' = 747,32 \text{ cm}^3$$

Distanza dell'asse neutro dal lembo compresso

$$x_c = \frac{n \cdot A_{stot}}{b_t} \left(\sqrt{\left(1 + \frac{2b_t}{n} \cdot \frac{S_s}{A_{stot}^2} \right) - 1} \right) = 18,47 \text{ cm}$$

Momento di inerzia rispetto all'asse neutro della sezione omogeneizzata

$$J_{nhom} = \frac{1}{3} \cdot b_t \cdot x_c^3 + n[A_s(d - x_c)^2 + A_s'(x_c - d')] = 261300 \text{ cm}^4$$

5) Verifica tensioni in campata BC

Norme Tecniche per le Costruzioni, Capitolo 4:

4.1.2.2.5 Verifica delle tensioni di esercizio

Valutate le azioni interne nelle varie parti della struttura, dovute alle combinazioni caratteristica e quasi permanente delle azioni, si calcolano le massime tensioni sia nel calcestruzzo sia nelle armature; si deve verificare che tali tensioni siano inferiori ai massimi valori consentiti di seguito riportati.

4.1.2.2.5.1 Tensione massima di compressione del calcestruzzo nelle condizioni di esercizio

La massima tensione di compressione del calcestruzzo σ_c , deve rispettare la limitazione seguente:

$$\sigma_c < 0,60 f_{ck} \text{ per combinazione caratteristica (rara)} \quad (4.1.40)$$

$$\sigma_c < 0,45 f_{ck} \text{ per combinazione quasi permanente.} \quad (4.1.41)$$

Nel caso di elementi piani (solette, pareti, ...) gettati in opera con calcestruzzi ordinari e con spessori di calcestruzzo minori di 50 mm i valori limite sopra scritti vanno ridotti del 20%.

4.1.2.2.5.2 Tensione massima dell'acciaio in condizioni di esercizio

Per l'acciaio avente caratteristiche corrispondenti a quanto indicato al Cap. 11, la tensione massima, σ_s , per effetto delle azioni dovute alla combinazione caratteristica deve rispettare la limitazione seguente:

$$\sigma_s < 0,8 f_{yk} \quad (4.1.42)$$

Tensioni massime di compressione nel calcestruzzo

$$\sigma_{cmax,rara} = \frac{|M_{BC, max, rara}|}{J_{nhom}} \cdot x_c = 0,58 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 5,8 \text{ MPa} < 0,6f_{ck} = 18,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cmax,qp} = \frac{|M_{BC, max, qp}|}{J_{nhom}} \cdot x_c = 0,46 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 4,6 \text{ MPa} < 0,45f_{ck} = 13,5 \text{ MPa}$$

Tensioni massime di trazione nell'armatura tesa

$$\sigma_{smax,rara} = n \cdot \frac{|M_{BC, max, rara}|}{J_{nhom}} \cdot (d - x_c) = 12,95 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 129,5 \text{ MPa} < 0,8f_{yk} = 360 \text{ MPa}$$

6) Verifica ampiezza fessure in campata

$$E_{cm}=32840 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm}=2,9 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}=6,09$$

Consideriamo condizioni ambientali ordinarie.

Gli acciai sono ordinari perciò l'armatura è poco sensibile

4.1.2.2.4.5 Scelta degli stati limite di fessurazione

Nella Tab. 4.1.IV sono indicati i criteri di scelta dello stato limite di fessurazione con riferimento alle esigenze sopra riportate.

Tabella 4.1.IV – Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

w_1, w_2, w_3 sono definiti al § 4.1.2.2.4.1, il valore di calcolo w_d , è definito al § 4.1.2.2.4.6.

- c) stato limite di apertura delle fessure, nel quale, per la combinazione di azioni prescelta, il valore limite di apertura della fessura calcolato al livello considerato è pari ad uno dei seguenti valori nominali:

$$w_1 = 0,2 \text{ mm}$$

$$w_2 = 0,3 \text{ mm}$$

$$w_3 = 0,4 \text{ mm}$$

Lo stato limite di fessurazione deve essere fissato in funzione delle condizioni ambientali e della sensibilità delle armature alla corrosione, come descritto nel seguito.

Tabella 4.1.III – Descrizione delle condizioni ambientali

CONDIZIONI AMBIENTALI	CLASSE DI ESPOSIZIONE
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

4.1.2.2.4.4 Sensibilità delle armature alla corrosione

Le armature si distinguono in due gruppi:

- armature sensibili;

- armature poco sensibili.

Appartengono al primo gruppo gli acciai da precompresso.

Appartengono al secondo gruppo gli acciai ordinari.

Per gli acciai zincati e per quelli inossidabili si può tener conto della loro minor sensibilità alla corrosione.

Dunque dobbiamo verificare le seguenti condizioni

Per combinazione frequente: $w_d \leq w_3 = 0,4 \text{ mm}$

Per combinazione quasi permanente $w_d \leq w_2 = 0,3 \text{ mm}$

Calcolo di w_d

C4.1.2.2.4 Verifica di fessurazione

C4.1.2.2.4.6 Verifica allo stato limite di fessurazione

Calcolo dell'ampiezza delle fessure

In alternativa il valore di calcolo dell'apertura delle fessure, w_d , può essere ottenuto applicando la procedura seguente, tramite l'espressione:

$$w_d = \varepsilon_{sm} \Delta_{smax} \quad (C4.1.15)$$

dove:

Δ_{smax} è la distanza massima tra le fessure.

Distanza massima tra le fessure

$$\Delta_{smax} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} \quad (C4.1.17)$$

in cui:

ϕ è il diametro delle barre. Se nella sezione considerata sono impiegate barre di diametro diverso, si raccomanda di adottare un opportuno diametro equivalente, ϕ_{eq} .
Se n_1 è il numero di barre di diametro ϕ_1 ed n_2 è il numero di barre di diametro ϕ_2 , si raccomanda di utilizzare l'espressione seguente:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2} \quad (C4.1.18)$$

c è il ricoprimento dell'armatura;

k_1 = 0,8 per barre ad aderenza migliorata,
= 1,6 per barre lisce;

k_2 = 0,5 nel caso di flessione,
= 1,0 nel caso di trazione semplice.

In caso di trazione eccentrica, o per singole parti di sezione, si raccomanda di utilizzare valori intermedi di k_2 , che possono essere calcolati con la relazione:

$$k_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / 2\varepsilon_1 \quad (C4.1.19)$$

in cui ε_1 ed ε_2 sono rispettivamente la più grande e la più piccola deformazione di trazione alle estremità della sezione considerata, calcolate considerando la sezione fessurata.

k_3 = 3,4;

k_4 = 0,425.

Area efficace CLS teso intorno all'armatura

$$A_{ceff} = b \cdot \min \left[2,5 \cdot (h - d), \frac{h - x_c}{3}, \frac{h}{2} \right] = 300 \text{ cm}^2$$

Percentuale di armatura in trazione

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = 0,052$$

Distanza massima tra due fessure

$$S_{max} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}} = 167,4 \text{ mm}$$

Dove

$$c = d' - \phi / 2 = 30 \text{ mm}$$

$k_1 = 0,8$ per barre ad aderenza migliorata

$k_2 = 0,5$ per flessione

$k_3 = 3,4$

$k_4 = 0,425$

Deformazione media unitaria delle barre

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} (1 + \alpha_e \rho_{eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (C4.1.16)$$

σ_s è la tensione nell'armatura tesa valutata considerando la sezione fessurata;

α_e è il rapporto E_s/E_{cm} ;

ρ_{eff} è pari a $A_s/A_{c,eff}$

$A_{c,eff}$ è l'area efficace di calcestruzzo teso attorno all'armatura, di altezza $h_{c,ef}$, dove $h_{c,ef}$ è il valore minore tra $2,5 (h - d)$, $(h - x)/3$ e $h/2$ (vedere figura C4.1.9). Nel caso di elementi in trazione, in cui esistono due aree efficaci, l'una all'estradosso e l'altra all'intradosso, entrambe le aree vanno considerate separatamente;

k_t è un fattore dipendente dalla durata del carico e vale:

$k_t = 0,6$ per carichi di breve durata,

$k_t = 0,4$ per carichi di lunga durata.

σ_s deve essere calcolata per combinazione frequente e quasi permanente

$k_t = 0,4$ carichi di lunga durata

$$\sigma_{smax,freq} = n \cdot \frac{|M_{BC,max,freq}|}{J_{nhom}} \cdot (d - x_c) = 11 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 110 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{smax,qp} = n \cdot \frac{|M_{BC,max,qp}|}{J_{nhom}} \cdot (d - x_c) = 10,2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 102 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{sm,freq} = 4,73 \cdot 10^{-4} \geq 0,6 \frac{\sigma_{sfreq}}{E_s} = 3,29 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{sm,qp} = 4,34 \cdot 10^{-4} \geq 0,6 \frac{\sigma_{sfreq}}{E_s} = 3,06 \cdot 10^{-4}$$

Infine si calcola il valore dell'apertura delle fessure

$$w_{dfreq} = \varepsilon_{smfreq} \cdot S_{max} = 0,079mm < w_3 = 0,4mm$$

$$w_{dqp} = \varepsilon_{smqp} \cdot S_{max} = 0,073mm < w_2 = 0,3mm$$