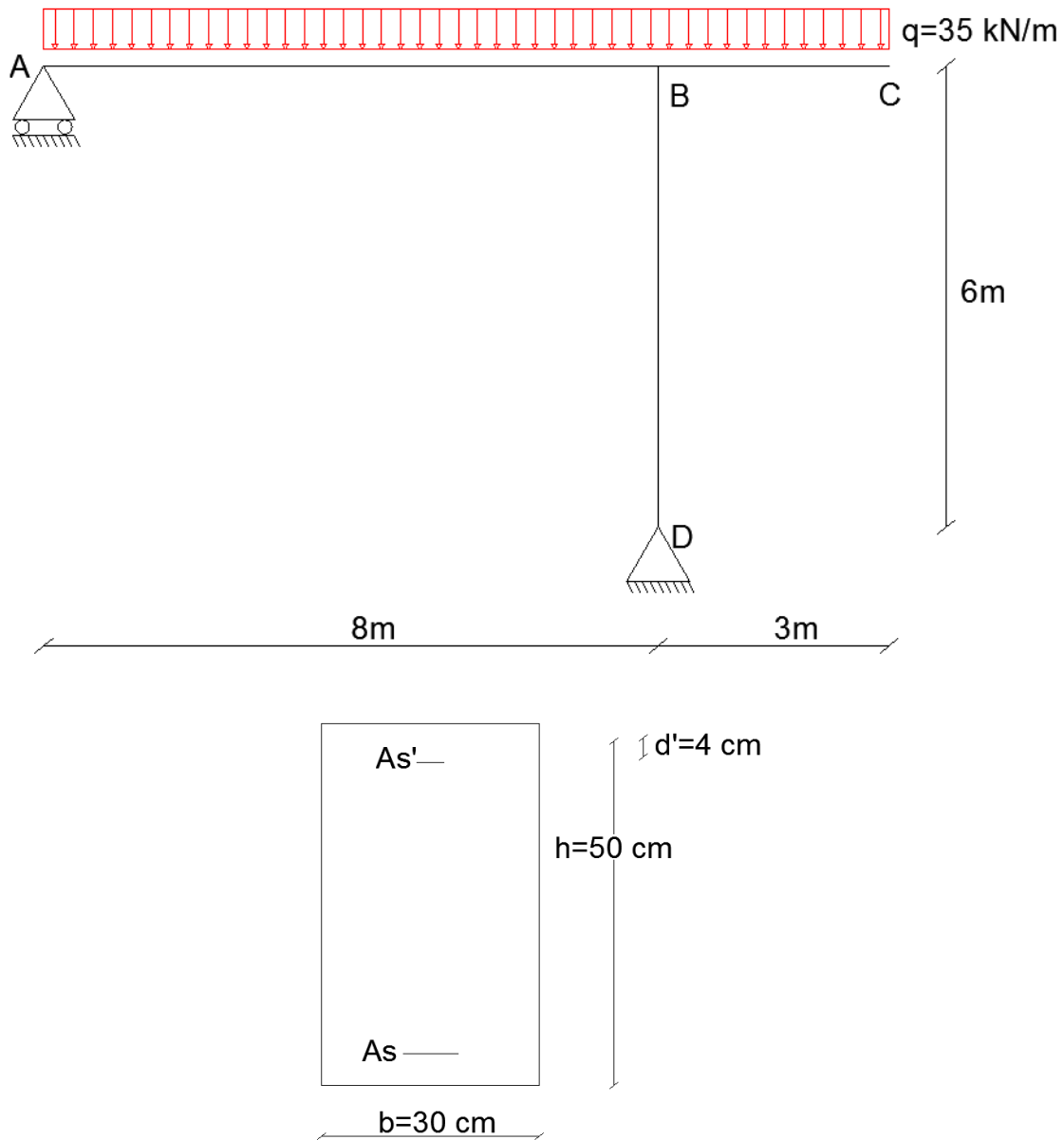


# Corso di Tecnica delle Costruzioni (Canale B)

## Esercitazione n.2 - SLU Flessione



Data la struttura in figura:

1. Disegnare i diagrammi delle sollecitazioni.
2. Progettare le armature a trazione e compressione delle sezioni di campata AB e di appoggio BC.
3. Verificare la sezione di campata AB allo Stato Limite Ultimo

Dati materiali

CLS  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

Acciaio B450C

## Svolgimento

### 1) Caratteristiche materiali

#### CLS

$$f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{1,5} = 17 \text{ MPa} = 1,7 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{Resistenza del calcestruzzo a compressione di calcolo}$$

$$E_c = 22.000 (\text{fcm}/10)^{0,3} = 32836,57 \text{ MPa} \quad \text{Modulo elastico del CLS}$$

#### ACCIAIO

$$f_{yd} = 391 \text{ MPa} = 39,1 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_s = 200.000 \text{ MPa} = 20.000 \text{ kN/cm}^2$$

### 2) Statica

Reazioni vincolari

$$Y_A = 120,3 \text{ kN}$$

$$Y_D = 264,7 \text{ kN}$$

Calcolo sollecitazioni

#### Tratto AB

$$T_{AB}(x) = -35x + 120,3$$

$$M_{AB}(x) = -17,5x^2 + 120,3x$$

Punto in cui il momento in campata è massimo

$$T_{AB}(x) = 0 \longrightarrow x_{\max} = 3,44 \text{ m}$$

$$M_{AB \max} = 206,7 \text{ kNm}$$

Punto in cui il momento si annulla

$$M_{AB}(x) = 0 \longrightarrow x_0 = 6,87 \text{ m}$$

#### Tratto BC

$$T_{BC}(x) = 35x$$

$$M_{BC}(x) = -17,5x^2$$

Momento massimo in appoggio

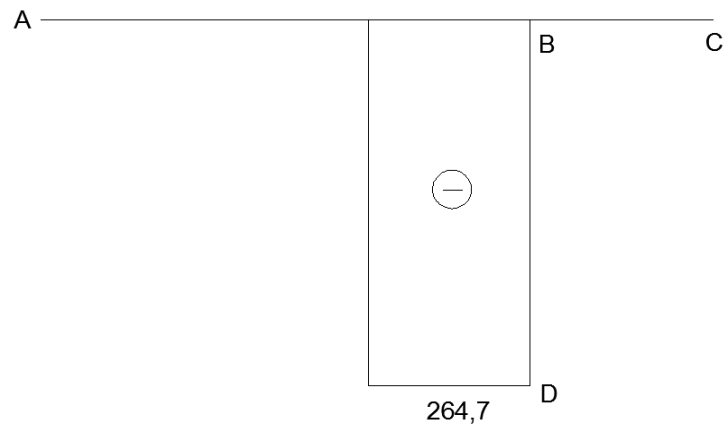
$$M_{BC \max} = M_{BC}(3) = -157,5 \text{ kN}$$

#### Tratto BD

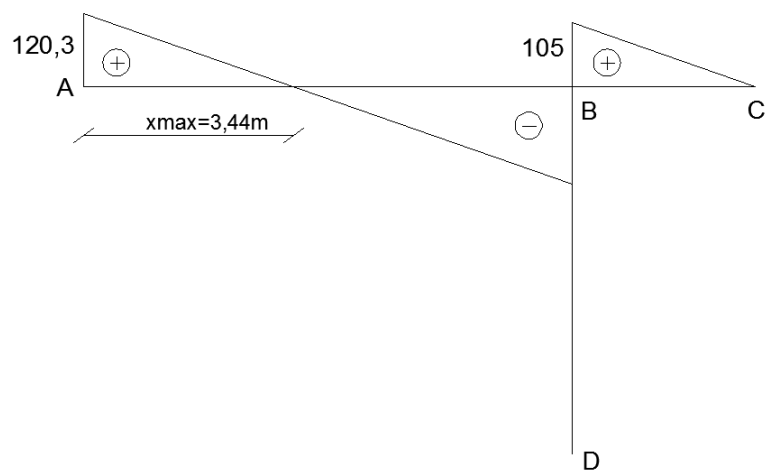
$$N_{BD}(x) = -264,7 \text{ kN (compressione)}$$

### 3) Diagrammi sollecitazioni

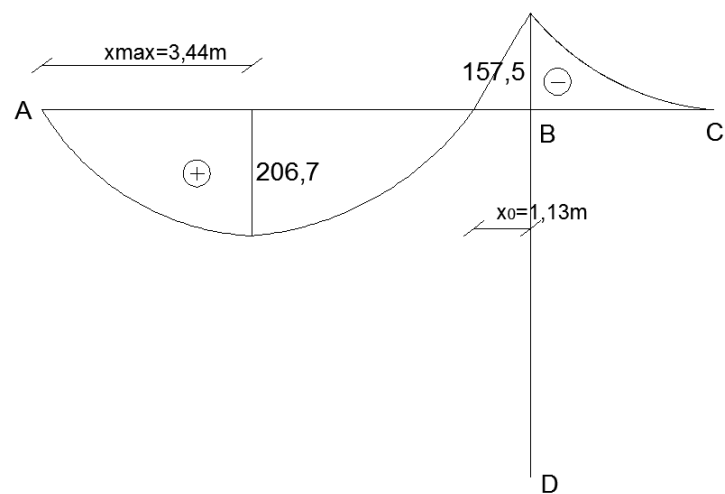
Sforzo normale



Taglio



Momento



#### 4) Progetto armature

##### Area minima - Sezione B - appoggio

$$M_{dB} = -157,5 \text{ kNm} = -15.750 \text{ kNcm}$$

Area minima armatura tesa (superiore)

$$A_{sbmin} = \frac{|M_d|}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} = 9,72 \text{ cm}^2$$

##### Area minima - Sezione AB - Campata

$$M_{dB} = 206,7 \text{ kNm} = 20.670 \text{ kNcm}$$

Area minima armatura tesa (inferiore)

$$A_{sbmin} = \frac{|M_d|}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} = 12,76 \text{ cm}^2$$

Scelgo ferri  $\phi 22 \longrightarrow A1 \phi 22 = 3,8 \text{ cm}^2$

##### Numero ferri - Sezione B - appoggio

$$n = \frac{A_{sBmin}}{A_{\phi 22}} = 2,55 \longrightarrow \text{Scelgo } 3 \phi 22$$

$$A_{sB} = A_{3 \phi 22} = 11,4 \text{ cm}^2$$

##### Numero ferri - Sezione AB - campata

$$n = \frac{A_{sABmin}}{A_{\phi 22}} = 3,36 \longrightarrow \text{Scelgo } 4 \phi 22$$

$$A_{sAB} = A_{4 \phi 22} = 15,2 \text{ cm}^2$$

Momento fittizio nell'appoggio A

$$M_A = \frac{1}{24} p l^2 = 93,3 \text{ kNm}$$

Momenti resistenti

$$M_{res} = 0,9 \cdot A_s \cdot d \cdot f_{yd}$$

$$M_{res}(1\phi 22) = 0,9 \cdot A_s \cdot d \cdot f_{yd} = 61,5 \text{ kNm}$$

$$M_{res}(2\phi 22) = 0,9 \cdot A_s \cdot d \cdot f_{yd} = 123 \text{ kNm}$$

$$M_{res}(3\phi 22) = 0,9 \cdot A_s \cdot d \cdot f_{yd} = 184,5 \text{ kNm}$$

$$M_{res}(4\phi 22) = 0,9 \cdot A_s \cdot d \cdot f_{yd} = 246 \text{ kNm}$$

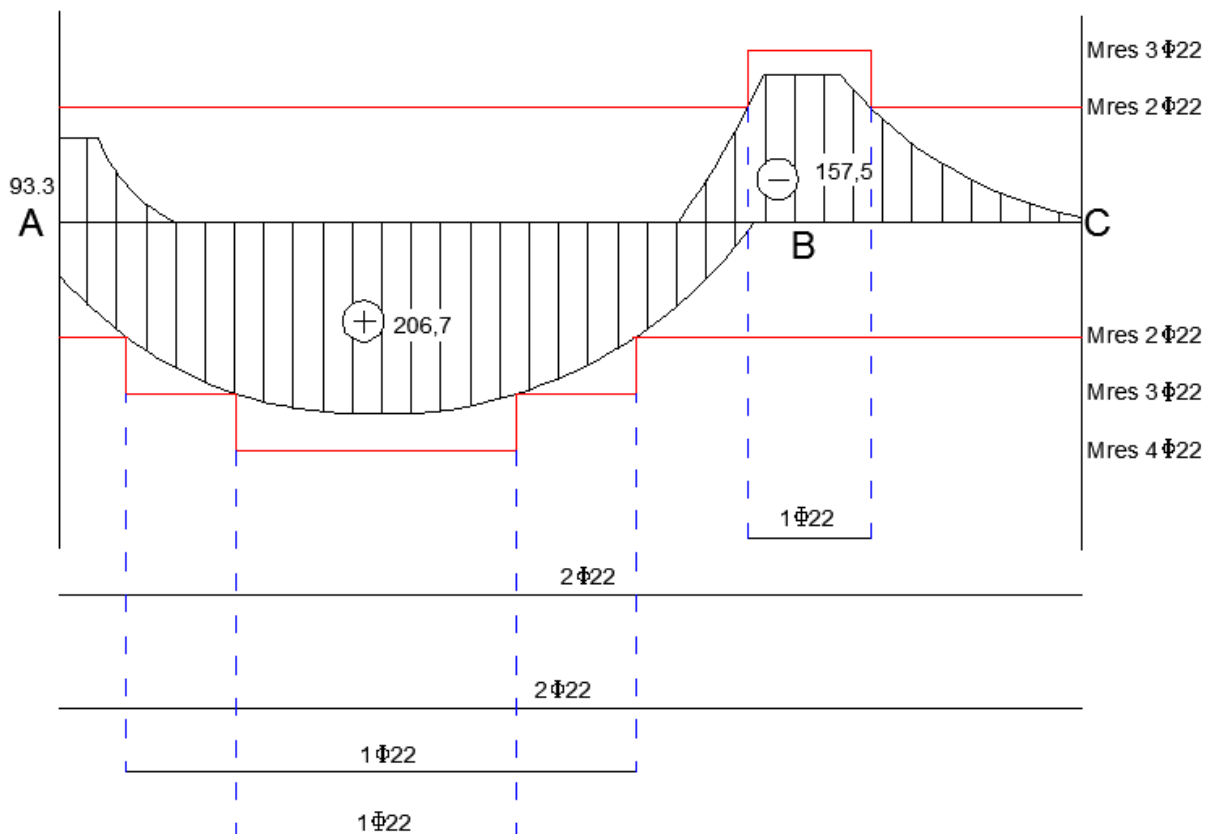
### Tabella progetto

Sezione	Md (kNm)	Md (kNcm)	Td (kN)	Md/0,9df <sub>yd</sub>	φ	Ares (cm <sup>2</sup> )	Mres (kNcm)	Mres (kNm)
AB inf	206.7	20670		12.76	4φ22	15.2	24605	246
Asup	93.3	9330			2φ22	7.6	12302	123
Ainf	-	-	120.3		2φ22	7.6	12302	123
Bsup	157.5	15750		9.72	3φ22	11.4	18454	184.5
Binf	-	-	159.7		2φ22	7.6	12302	123

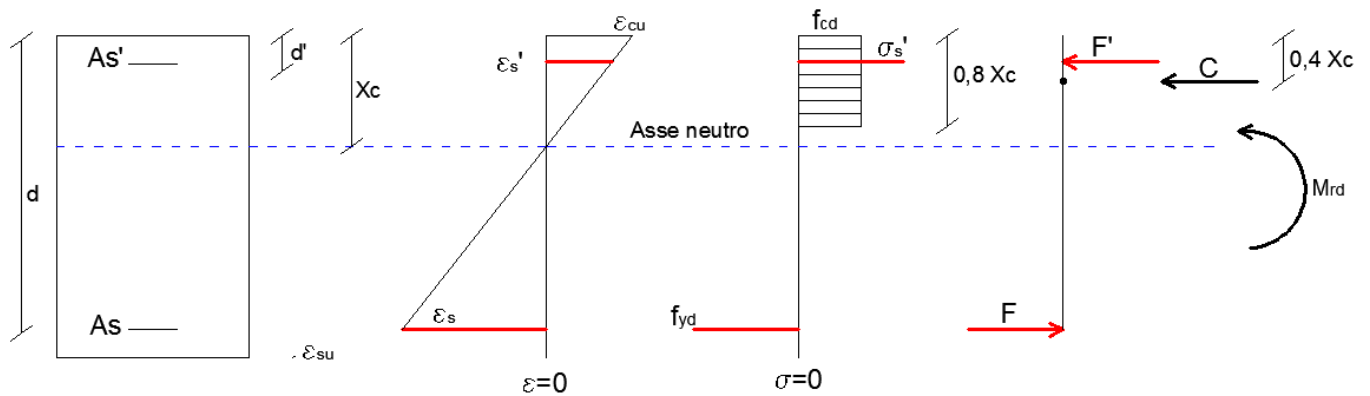
Traslazione del diagramma di 0,9d

$$0,9d = 0,9 \times 46 = 41,4 \text{ cm}$$

### Diagramma dei momenti resistenti



## 5) Verifica sezione in campata AB



$$A_s = 15,2 \text{ cm}^2$$

$$A_s' = 7,6 \text{ cm}^2$$

### Ipotesi 1: Rottura in Regione 3

$$\epsilon_s = \epsilon_{sy} \quad \sigma_s = f_{yd}$$

### Ipotesi 2: $\epsilon_s' = \epsilon_{sy}$ , $\sigma_s' = f_{yd}$

a) Equilibrio alla traslazione

$$F - C - F' = 0$$

$$F = A_s \cdot f_{yd}$$

$$C = 0,8 \cdot b \cdot x_c \cdot f_{cd}$$

$$F' = A_s' \cdot f_{yd}$$

$$A_s \cdot f_{yd} - 0,8 \cdot b \cdot x_c \cdot f_{cd} - A_s' \cdot f_{yd} = 0$$

### Distanza dell'asse neutro dal lembo compresso

$$x_c = \frac{f_{yd}(A_s - A_s')}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = 7,283 \text{ cm}$$

Verifica dello snervamento dell'armatura

$$\epsilon_s' = \epsilon_{cu} \cdot \frac{(x_c - d')}{x_c} = 0,0035 \cdot \frac{(7,283 - 4)}{7,283} = 1,57 \cdot 10^{-3} < \epsilon_{sy} = 1,96 \cdot 10^{-3}$$

L'armatura non è snervata, l'acciaio rimane in campo elastico.  $x_c$  deve essere determinata risolvendo l'equazione:

$$A_s \cdot f_{yd} - 0,8 \cdot b \cdot x_c \cdot f_{cd} - A_s' \cdot E_s \cdot \epsilon_{cu} \cdot \frac{(x_c - d')}{x_c} = 0$$

Moltiplicando per  $x_c$ , sostituendo e semplificando si ottiene:

$$x_c = 8.025 \text{ cm}$$

Deformazione armatura compressa

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{(x_c - d)}{x_c} = 1,75 \cdot 10^{-3}$$

Tensione armatura compressa

$$\sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s = 35 \text{ kN/cm}^2$$

### **Calcolo del momento resistente ultimo**

Equilibrio alla rotazione rispetto ad un polo qualsiasi. Scelgo il polo su cui agisce la risultante delle tensioni di trazione nell'acciaio (armatura inferiore):

$$M_{rd} = 0,8 \cdot b \cdot x_c \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4x_c) + A'_s \cdot \sigma'_s \cdot (d - d') = 25182 \text{ kNcm} = 251,82 \text{ kNm}$$

$$M_{rd} > M_d = 206,7 \text{ kNm}$$