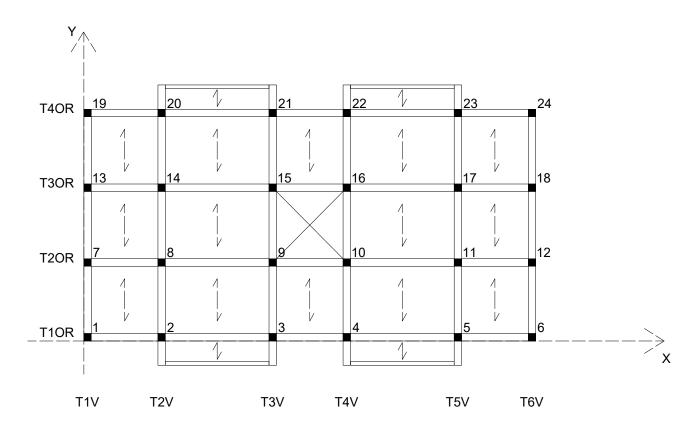
#### **ESERCITAZIONE 3**

#### Verifica di un edificio intelaiato in CA in zona sismica

L'esercitazione ha lo scopo di mettere in evidenza attraverso il metodo delle rigidezze, come una forza orizzontale (vento o sisma) venga ripartita sui diversi telai che compongono una struttura.

Il modello teorico a cui facciamo riferimento è quello del *telaio shear-type*, quindi con travi con rigidezza assiale e flessionale infinita e pilastri con rigidezza assiale infinita.

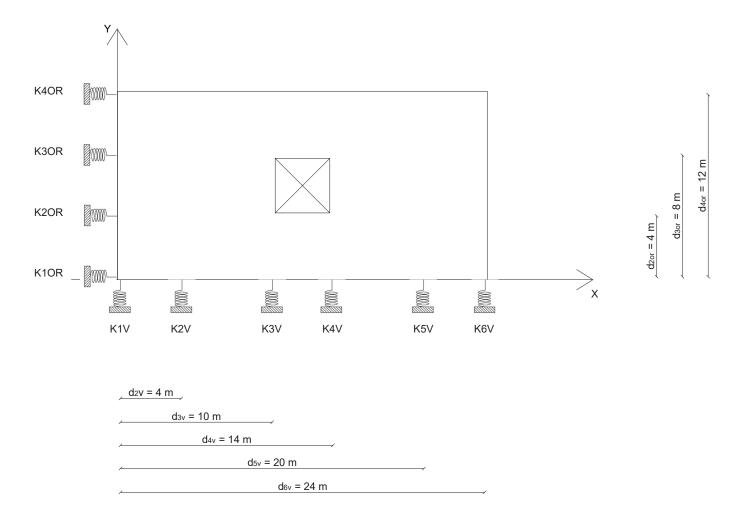
Andiamo quindi a studiare il comportamento dell'edificio in cemento armato precedentemente analizzato: individuiamo nelle due direzioni (verticale e orizzontale) i telai piani che compongono la struttura e che, oltre a trasmettere i carichi verticali in fondazione, fungono da controventi in grado di sopportare le azioni orizzontali.



L'impalcato è composto da 10 telai piani (6 lungo l'asse X e 4 lungo l'asse Y), con pilastri di sezione 50X50 cm e altezza h=2,7 m:

- Telaio 1V pilastri 1,7,13,19
- Telaio 2V pilastri 2,8,14,20
- Telaio 3V pilastri 3,9,15,21
- Telaio 4V pilastri 4,10,16,22
- Telaio 5V pilastri 5,11,17,23
- Telaio 6V pilastri 6,12,18,24
- Telaio 1OR pilastri 1,2,3,4,5,6
- Telaio 2OR pilastri 7,8,9,10,11,12
- Telaio 3OR pilastri 13,14,15,16,17,18
- Telaio 4OR pilastri 19,20,21,22,23,24

I controventi possono essere raffigurati tramite *molle*, in quanto rappresentano dei vincoli cedevoli elasticamente:



Calcoliamo la rigidezza k dei controventi. Avendo definito il comportamento dei telai assimilabile al model lo shear-type di cui sappiamo che la rigidezza dei pilastri è  $k = \frac{12 \, EI}{h^2}$ , possiamo calcolare la rigidezza dei controventi come somma delle rigidezze dei pilastri che li compongono:  $k_{controvento} = \frac{12E}{h^2} \sum_{i=1}^{n} Ii$ 

Ad esempio  $K1V = 12E/h^3 * (I1+I7+I13+I19)$ 

con E modulo elastico = 33346 MPa per pilastri in CA h altezza pilastro = 2.7 m I momento d'inerzia  $[I_{rettangolo} = (b*h^3)/12]$ 

NB: il momento d'inerzia sarà diverso a seconda dell'orientamento dei pilastri.

#### Step 1: calcolo delle rigidezze traslanti dei controventi dell'edificio

| Telaio 1v                    | 1-7-13-19                                               | pilastri che individuano il telaio                                                                                           |  |
|------------------------------|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| E (N/mmq)                    | 33346,00                                                | modulo di Young                                                                                                              |  |
| H (m)                        | 2,70                                                    | altezza dei pilastri                                                                                                         |  |
| I_1 (cm <sup>4</sup> )       | 520833                                                  | momento d'inerzia pilastro 1                                                                                                 |  |
| I_7                          | 520833                                                  | momento d'inerzia pilastro 7                                                                                                 |  |
| I_13                         | 520833                                                  | momento d'inerzia pilastro 13                                                                                                |  |
| I_19                         | 520833                                                  | momento d'inerzia pilastro 19                                                                                                |  |
| K_T (KN/m)                   | 423538,05                                               | rigidezza traslante telaio 1                                                                                                 |  |
|                              |                                                         |                                                                                                                              |  |
|                              |                                                         |                                                                                                                              |  |
| Telaio 2v                    | 2-8-14-20                                               | pilastri che individuano il telaio                                                                                           |  |
| Telaio 2v<br>E               | <b>2-8-14-20</b><br>33346,00                            | pilastri che individuano il telaio<br>modulo di Young                                                                        |  |
|                              |                                                         | 11                                                                                                                           |  |
| Е                            | 33346,00                                                | modulo di Young                                                                                                              |  |
| E<br>H                       | 33346,00<br>2,70                                        | modulo di Young<br>altezza dei pilastri                                                                                      |  |
| E<br>H<br>I_2                | 33346,00<br>2,70<br>520833,30                           | modulo di Young<br>altezza dei pilastri<br>momento d'inerzia pilastro 2                                                      |  |
| E<br>H<br>I_2<br>I_8         | 33346,00<br>2,70<br>520833,30<br>520833,30              | modulo di Young altezza dei pilastri momento d'inerzia pilastro 2 momento d'inerzia pilastro 8                               |  |
| E<br>H<br>I_2<br>I_8<br>I_14 | 33346,00<br>2,70<br>520833,30<br>520833,30<br>520833,30 | modulo di Young altezza dei pilastri momento d'inerzia pilastro 2 momento d'inerzia pilastro 8 momento d'inerzia pilastro 14 |  |

| Telaio 3v | 3-9-15-21 pilastri che individuano il telaio |                               |
|-----------|----------------------------------------------|-------------------------------|
| E         | 33346,00                                     | modulo di Young               |
| Н         | 2,70                                         | altezza dei pilastri          |
| I_3       | 520833                                       | momento d'inerzia pilastro 3  |
| I_9       | 520833                                       | momento d'inerzia pilastro 9  |
| I_15      | 520833                                       | momento d'inerzia pilastro 15 |
| I_21      | 520833                                       | momento d'inerzia pilastro 21 |
| ΚT        | 423538.05                                    | rigidezza traslante telajo 3  |

| Telaio 4v | 4-10-16-22 | pilastri che individuano il telaio |  |
|-----------|------------|------------------------------------|--|
| E         | 33346,00   | modulo di Young                    |  |
| Н         | 2,70       | altezza dei pilastri               |  |
| I_4       | 520833     | momento d'inerzia pilastro 4       |  |
| I_10      | 520833     | momento d'inerzia pilastro 10      |  |
| I_16      | 520833     | momento d'inerzia pilastro 16      |  |
| I_22      | 520833     | momento d'inerzia pilastro 22      |  |
| K_T       | 423538,05  | rigidezza traslante telaio 4       |  |

| Telaio 5v | 5-11-17-23 | pilastri che individuano il telaio |  |
|-----------|------------|------------------------------------|--|
| E         | 33346,00   | modulo di Young                    |  |
| Н         | 2,70       | altezza dei pilastri               |  |
| I_5       | 520833,30  | momento d'inerzia pilastro 5       |  |
| I_11      | 520833,30  | momento d'inerzia pilastro 11      |  |
| I_17      | 520833,30  | momento d'inerzia pilastro 17      |  |
| I_23      | 520833,30  | momento d'inerzia pilastro 23      |  |
| ΚT        | 423538.05  | rigidezza traslante telaio 5       |  |

| Telaio 6v | 6-12-18-24 | pilastri che individuano il telaio |  |
|-----------|------------|------------------------------------|--|
| E         | 33346,00   | modulo di Young                    |  |
| Н         | 2,70       | altezza dei pilastri               |  |
| I_6       | 520833     | momento d'inerzia pilastro 6       |  |
| I_12      | 520833     | momento d'inerzia pilastro 12      |  |
| I_18      | 520833     | momento d'inerzia pilastro 18      |  |
| I_24      | 520833     | momento d'inerzia pilastro 24      |  |
| K_T       | 423538,05  | rigidezza traslante telaio 6       |  |

| Telaio 1or | 1-2-3-4-5-6 | pilastri che individuano il telaio |
|------------|-------------|------------------------------------|
| E          | 33346,00    | modulo di Young                    |
| Н          | 2,70        | altezza dei pilastri               |
| L_1        | 520833,30   | momento d'inerzia pilastro 1       |
| I_2        | 520833,30   | momento d'inerzia pilastro 2       |
| I_3        | 520833,30   | momento d'inerzia pilastro 3       |
| I_4        | 520833,30   | momento d'inerzia pilastro 4       |
| I_5        | 520833,30   | momento d'inerzia pilastro 5       |
| I_6        | 520833,30   | momento d'inerzia pilastro 6       |
| ΚT         | 635307.08   | rigidezza traslante telajo 7       |

| Telaio 2or | 7-8-9-10-11-12 | pilastri che individuano il telaio |
|------------|----------------|------------------------------------|
| E          | 33346,00       | modulo di Young                    |
| Н          | 2,70           | altezza dei pilastri               |
| I_7        | 520833,30      | momento d'inerzia pilastro 7       |
| I_8        | 520833,30      | momento d'inerzia pilastro 8       |
| I_9        | 520833,30      | momento d'inerzia pilastro 9       |
| I_10       | 520833,30      | momento d'inerzia pilastro 10      |
| I_11       | 520833,30      | momento d'inerzia pilastro 11      |
| I_12       | 520833,30      | momento d'inerzia pilastro 12      |
| ΚТ         | 635307 08      | rigidezza traslante telajo 8       |

| Telaio 3or | 13-14-15-16-17-18 | pilastri che individuano il telaio |
|------------|-------------------|------------------------------------|
| E          | 33346,00          | modulo di Young                    |
| Н          | 2,70              | altezza dei pilastri               |
| I_13       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 1       |
| I_14       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 2       |
| I_15       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 3       |
| I_16       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 4       |
| I_17       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 5       |
| I_18       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 5       |
| ΚT         | 635307,08         | rigidezza traslante telaio 9       |

| Telaio 4or | 19-20-21-22-23-24 | pilastri che individuano il telaio |
|------------|-------------------|------------------------------------|
| E          | 33346,00          | modulo di Young                    |
| Н          | 2,70              | altezza dei pilastri               |
| I_19       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 1       |
| I_20       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 2       |
| I_21       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 3       |
| I_22       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 4       |
| I_23       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 5       |
| I_24       | 520833,30         | momento d'inerzia pilastro 5       |
| K_T        | 635307,08         | rigidezza traslante telaio 10      |

### Step 2: tabella sinottica controventi e distanze

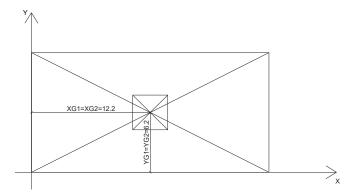
| Kv1(KN/m) | 423538,05 | rigidezza traslante contr.vert.1             |
|-----------|-----------|----------------------------------------------|
| Kv2       | 423538,05 | rigidezza traslante contr.vert.2             |
| Kv3       | 423538,05 | rigidezza traslante contr.vert.3             |
| Kv4       | 423538,05 | rigidezza traslante contr.vert.4             |
| Kv5       | 423538,05 | rigidezza traslante contr.vert.5             |
| Kv6       | 423538,05 | rigidezza traslante contr.vert.6             |
| dv2 (m)   | 4,00      | distanza orizzontale controvento dal punto O |
| dv3       | 10,00     | distanza orizzontale controvento dal punto O |
| dv4       | 14,00     | distanza orizzontale controvento dal punto O |
| dv5       | 20,00     | distanza orizzontale controvento dal punto O |
| dv6       | 24,00     | distanza orizzontale controvento dal punto O |
| Ko1(KN/m) | 635307,08 | rigidezza traslante contr.orizz.1            |
| Ko2       | 635307,08 | rigidezza traslante contr.orizz.2            |
| Ko3       | 635307,08 | rigidezza traslante contr.orizz.3            |
| Ko4       | 635307,08 | rigidezza traslante contr.orizz4             |
| do2       | 4,00      | distanza verticale controvento punto O       |
| do3       | 8,00      | distanza verticale controvento punto O       |
| do4       | 12,00     | distanza verticale controvento punto O       |
|           |           |                                              |

## • Step 3\_Calcolo del centro di massa

Troviamo le coordinate del centro di massa applicando la seguente formula:

$$X_{4} = \frac{A_{\lambda} X_{A} - A_{z} X_{z}}{A_{\lambda} - A_{z}}$$

$$Y_{4} = \frac{A_{\lambda} Y_{A} - A_{z} Y_{z}}{A_{\lambda} - A_{z}}$$



Tenendo presente che dobbiamo sottrarre all'impalcato il vuoto della scala.

| Step 3: calcolo del centro di massa |
|-------------------------------------|
|                                     |

| area_1 (mq)   | 302,56 | misura dell'area superficie 1area 1 (misura)        |
|---------------|--------|-----------------------------------------------------|
| x_G1 (m)      | 12,20  | coordinata X centro area 1                          |
| y_G1          | 6,20   | coordinata Y centro area 1                          |
| area_2 (mq)   | 12,96  | misura dell'area superficie 1area 1 (misura)        |
| x_G2 (m)      | 12,20  | coordinata X centro area 1                          |
| y_G2          | 6,20   | coordinata Y centro area 1                          |
| Area tot (mq) | 289,60 | Area totale impalcato                               |
| X_G           | 12,20  | coordinata X centro d'area impalcato (centro massa) |
| Y_G           | 6,20   | coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa) |

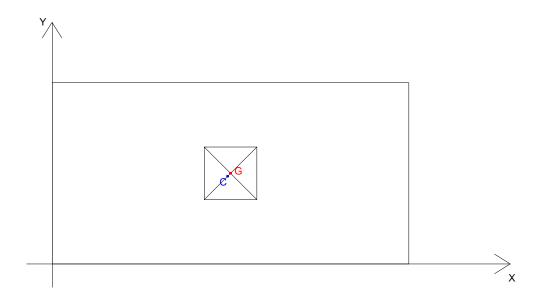
### • Step 4\_Calcolo del centro delle rigidezze:

Per determinare le coordinate del centro C possiamo sfruttare la stessa formula vista per il centro di massa riadattandola: il centro delle rigidezze avrà infatti coordinate pari alla sommatoria del prodotto fra le rigidezze di ogni controvento per le rispettive distanze, diviso la rigidezza totale

$$X_C = \frac{\sum K_{vi}*d_{vi}}{K_{v_{tot}}}$$
 ;  $Y_C = \frac{\sum K_{oi}*d_{oi}}{K_{v_{tot}}}$ 

| Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali |
|-------------------------------------------------------------------|
|                                                                   |

|            |              | <u> </u>                                  |  |
|------------|--------------|-------------------------------------------|--|
| Kv_tot     | 2541228,31   | rigidezza totale orizzontale              |  |
| Kor_tot    | 2541228,31   | rigidezza totale verticale                |  |
| X_C (m)    | 12,00        | coordinata X centro rigidezze             |  |
| Y_C        | 6,00         | coordinata Y centro rigidezze             |  |
|            |              |                                           |  |
| dd_v1      | -12,00       | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_v2      | -8,00        | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_v3      | -2,00        | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_v4      | 2,00         | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_v5      | 8,00         | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_v6      | 12,00        | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_o1      | -6,00        | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_o2      | -2,00        | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_o3      | 2,00         | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| dd_o4      | 6,00         | distanze controvento dal centro rigidezze |  |
| K_φ (KN*m) | 230404699,98 | rigidezza torsionale totale               |  |



Confrontando il centro di massa con quello delle rigidezze notiamo che sono molto vicini tra loro; se così non fosse stato avrei dovuto riprogettare i controventi fino ad accorciare il più possibile la loro distanza, in quanto le forze orizzontali ipotizzate agenti in G provocherebbero una rotazione dell'edificio.

### • Step 5\_ Analisi dei carichi sismici

Per l'analisi dei carichi facciamo riferimento all'esericitazione 2.

Una volta definito il solaio con i suoi carichi per unità di superficie, calcoliamo il carico totale permanente G e il carico totale accidentale Q: G = (qs + qp) Atot; Q = qa\*Atot

Utilizziamo la combinazione sismica data dalla norma per definire i pesi sismici:  $W = G + \psi_2 Q$ 

| Step 5: analisi dei carichi sismici                                                                         |         |                                         |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------|--|--|
| q_s (KN/mq)                                                                                                 | 8,44    | carico permanente di natura strutturale |  |  |
| q_p                                                                                                         | 3,12    | sovraccarico permanente                 |  |  |
|                                                                                                             |         | sovraccarico accidentale                |  |  |
| G (KN)                                                                                                      | 3347,78 | carico totale permamente                |  |  |
| Q (KN)                                                                                                      | 579,20  | carico totale accidentale               |  |  |
| y 0,80 coefficiente di contemporaneità W (KN) 3811,14 Pesi sismici c 0,10 coefficiente di intensità sismica |         | coefficiente di contemporaneità         |  |  |
|                                                                                                             |         | Pesi sismici                            |  |  |
|                                                                                                             |         | coefficiente di intensità sismica       |  |  |
| F (KN) 381,11 Forza sismica orizzontale                                                                     |         |                                         |  |  |

Moltiplicando il peso sismico W per il coefficiente di intensità sismica c, che tiene conto della sismicità del luogo di progettazione dell'edifcio, si ottiene la forza sismica F: F = W \* c

# • Step 6-7\_ Ripartizione forza sismica lungo X e Y

Avendo il centro di massa e il centro delle rigidezze coordinate molto simili, si può notare che non si sviluppa alcuna rotazione, ma solo una piccola traslazione lungo x e lungo y.

### Step 6: ripartizione forza sismica lungo X

| M (KN*m) | -76,22 | momento torcente (positivo se antiorario)    |  |
|----------|--------|----------------------------------------------|--|
| u_o (m)  | 0,0001 | traslazione orizzontale                      |  |
| ф        | 0,0000 | rotazione impalcato (positiva se antioraria) |  |
| Fv1 (KN) | 1,68   | Forza sul controvento verticale 1            |  |
| Fv2      | 1,12   | Forza sul controvento verticale 2            |  |
| Fv3      | 0,28   | Forza sul controvento verticale 3            |  |
| Fv4      | -0,28  | Forza sul controvento verticale 4            |  |
| Fv5      | -1,12  | Forza sul controvento verticale 5            |  |
| Fv6      | -1,68  | Forza sul controvento verticale 6            |  |
| Fo1      | 96,54  | Forza sul controvento orizzontale 1          |  |
| Fo2      | 95,70  | Forza sul controvento orizzontale 2          |  |
| Fo3      | 94,86  | Forza sul controvento orizzontale 3          |  |
| Fo4      | 94,02  | Forza sul controvento orizzontale 4          |  |

287,10

| 95,28 |
|-------|
| 95,28 |
| 95,28 |
| 95,28 |

### Step 7: ripartizione forza sismica lungo Y

| M (KN*M) | -76,22 | momento torcente                    |  |
|----------|--------|-------------------------------------|--|
| v_o (KN) | 0,0001 | traslazione verticale               |  |
| ф        | 0,0000 | rotazione impalcato                 |  |
| Fv1 (KN) | 65,20  | Forza sul controvento verticale 1   |  |
| Fv2      | 64,64  | Forza sul controvento verticale 2   |  |
| Fv3      | 63,80  | Forza sul controvento verticale 3   |  |
| Fv4      | 63,24  | Forza sul controvento verticale 4   |  |
| Fv5      | 62,40  | Forza sul controvento verticale 5   |  |
| Fv6      | 61,84  | Forza sul controvento verticale 6   |  |
| Fo1      | 1,26   | Forza sul controvento orizzontale 1 |  |
| Fo2      | 0,42   | Forza sul controvento orizzontale 2 |  |
| Fo3      | -0,42  | Forza sul controvento orizzontale 3 |  |
| Fo4      | -1,26  | Forza sul controvento orizzontale 4 |  |

382,37

| 63,52 |  |
|-------|--|
| 63,52 |  |
| 63,52 |  |
| 63,52 |  |
| 63,52 |  |
| 63,52 |  |

# • Step 8\_Distribuzione di piano della forza sismica

| Step 8: ripartizione forza sismica per piano |        |       |        |        |
|----------------------------------------------|--------|-------|--------|--------|
|                                              |        | х     |        | у      |
| 3                                            | 287,10 | 19,14 | 382,37 | 25,49  |
| 6                                            | 287,10 | 38,28 | 382,37 | 50,98  |
| 9                                            | 287,10 | 57,42 | 382,37 | 76,47  |
| 12                                           | 287,10 | 76,56 | 382,37 | 101,97 |
| 15                                           | 287,10 | 95,70 | 382,37 | 127,46 |
|                                              |        |       |        |        |
| 45                                           |        |       |        |        |

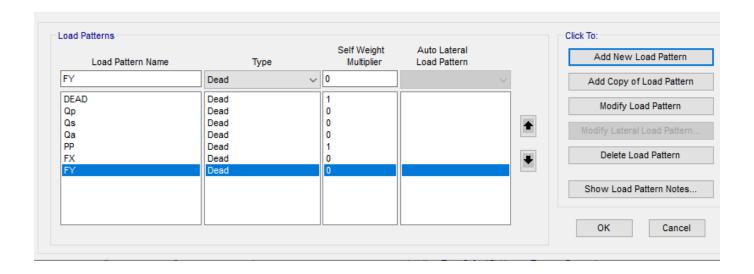
#### **MODELLO**

Riprendiamo il modello dell'esercitazione 2 e andiamo a creare dei diaphram diversi per ogni piano, nei quali andremo ad includere il punto rappresentante il centro di massa, su cui poi assegneremo la forza lungo x e lungo y.

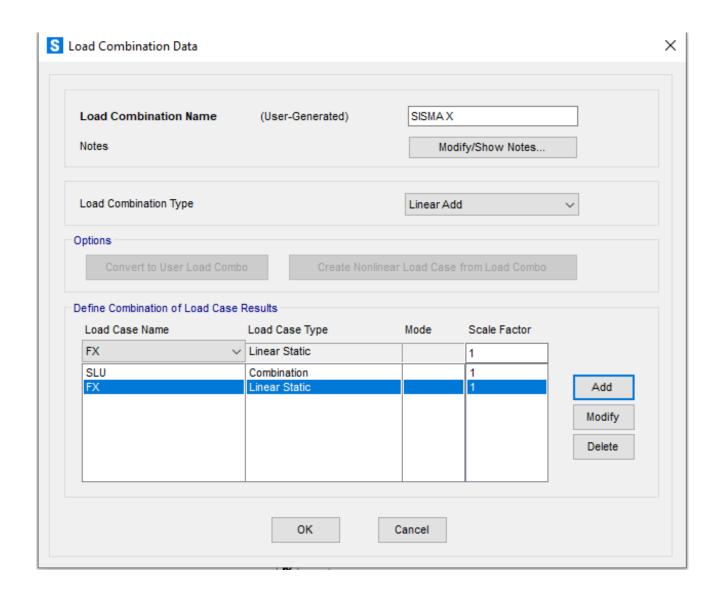
Properties of Object

|            | Properties or object |          |    |      |          |
|------------|----------------------|----------|----|------|----------|
|            |                      | Offset X |    | 12,2 |          |
|            |                      | Offse    | tΥ | 6,2  |          |
|            |                      | Offse    | tZ | 0,   |          |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      | $\neg$   |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      | 1 '      |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      | $\dashv$ |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |
| <b>→</b> x |                      |          |    |      |          |
|            |                      |          |    |      |          |

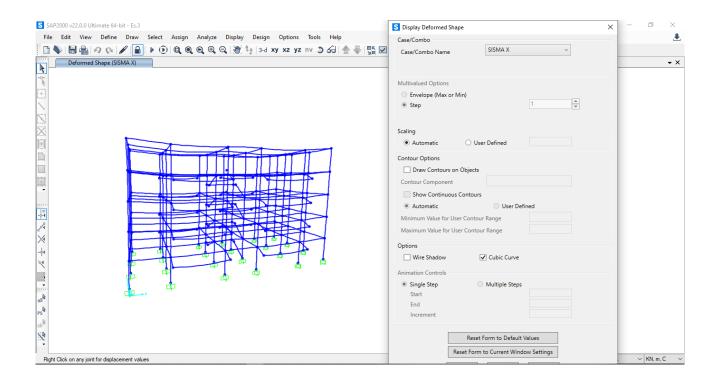
Creiamo i nuovi casi di carico FX e Fy:

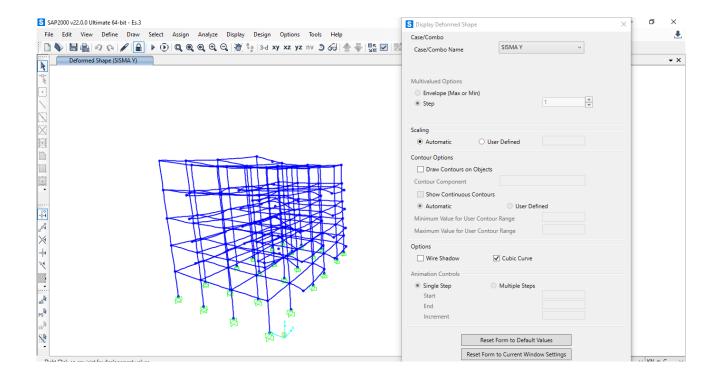


Creiamo le combinazioni di carico SISMA X e SISMA Y che includeranno oltre alle forze orizzontali, rispettivamente lungo x e lungo y, anche i pesi verticali definiti nella precedente esercitazione.



Possiamo a questo punto lanciare l'analisi e vedere cosa succede alla configurazione deformata sotto l'azione delle due combinazioni di carico:





Dopo esserci accertati che la struttura non subisca rotazioni ma solamente traslazioni, dobbiamo andare ad effettuare una nuova verifica a pressoflessione come precedentemente fatto nell'esercitazione 2.