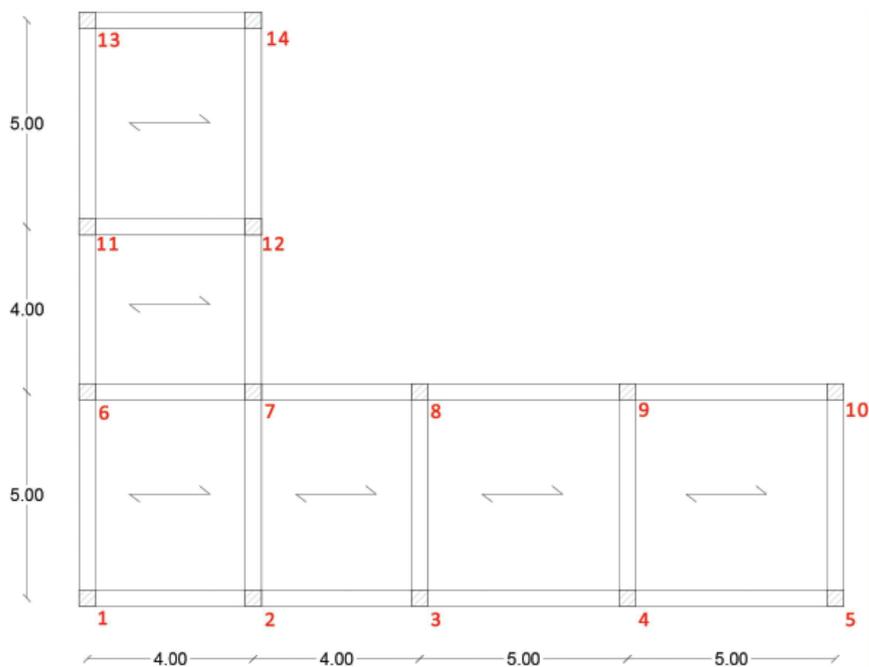


ESERCITAZIONE 2- Ripartizione delle forze sismiche con il metodo delle rigidezze

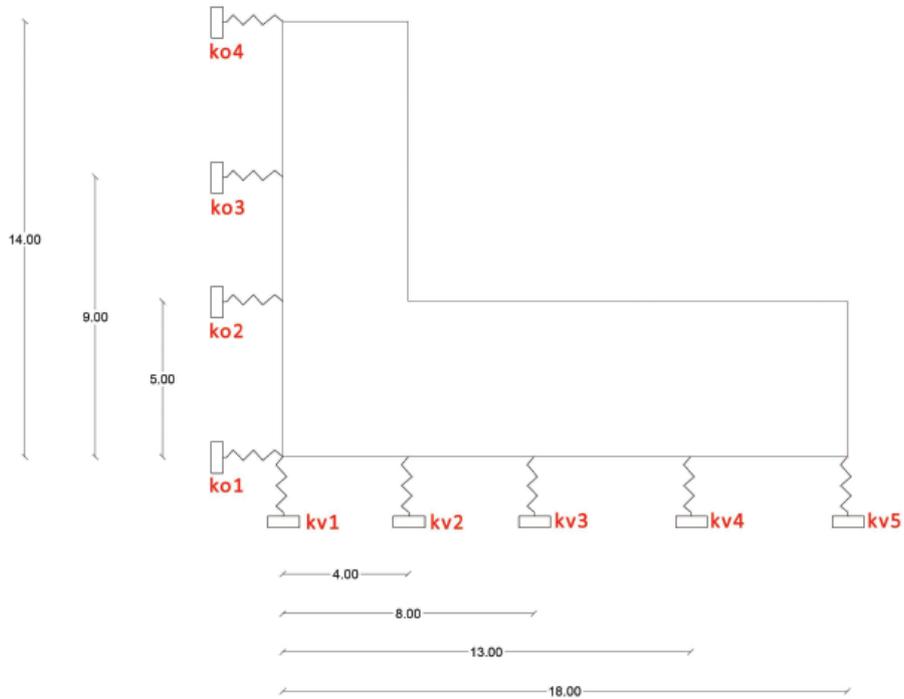
Questa esercitazione mira a descrivere la ripartizione delle forze orizzontali, quindi sisma o vento, su telai elementari come quello riportato di seguito, attraverso il metodo delle rigidezze. Si prende in esame una struttura a telaio in cemento armato e si considera il solaio rigido nel suo piano. Il sistema trave-pilastro permette, oltre che trasmettere i carichi verticali alle fondazioni, di sopportare le forze orizzontali rendendo i sistemi pilastro-trave dei controventi. La tipologia dei controventi è chiamata telaio SHEAR-TYPE, che presenta tutti nodi all'incastro e la trave è ipotizzata infinitamente rigida a flessione rispetto ai pilastri, che vengono dotati di rigidezza k . Attraverso questa esercitazione determineremo la reazione elastica di ogni controvento che sarà uguale ed opposta alla forza orizzontale che ogni singolo controvento è chiamato a ricevere.



Disegno la pianta del telaio e vado a numerare i pilastri, avrò quindi:

- Telaio 1 verticale: 1-6-11-13
- Telaio 2 verticale: 2-7-12-14
- Telaio 3 verticale: 3-8
- Telaio 4 verticale: 4-9
- Telaio 5 verticale: 5-10
- Telaio 1 orizzontale: 1-2-3-4-5
- Telaio 2 orizzontale: 6-7-8-9-10
- Telaio 3 orizzontale: 11-12
- Telaio 4 orizzontale: 13-14

Trattandosi di vincoli cedevoli elasticamente, i controventi vengono assimilati a molle, dotate di una certa rigidità k .



Sappiamo che, in un caso generico, la rigidità traslante di un telaio Shear-Type composto da n pilastri è pari a:

$$k = \frac{12E}{h^3} \sum_{i=1}^n I_i$$

Dove:

- E = modulo elastico di Young (espressi in Mpa o N/mm^2); per cls con classe di resistenza C20/25 vale 21000 (N/mm^2)
- H = altezza dei pilastri (nel mio caso valgono m 3.50)
- I = il momento di inerzia di ciascuno pilastro che collabora alla formazione di ogni telaio

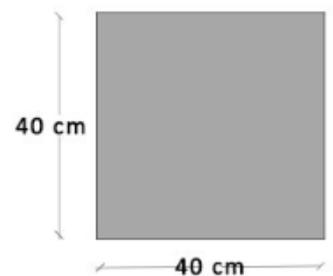
Il momento di inerzia viene calcolato nei pilastri lungo le due direzioni, X ed Y:

Dove:

$$b = 40 \text{ cm} \quad H = 40 \text{ cm}$$

Quindi:

1. $I_x = bh^3/12 = 213333,33 \text{ cm}^4$
2. $I_y = hb^3/12 = 213333,33 \text{ cm}^4$



Si procede quindi per step seguendo il foglio di calcolo excell.

Step 1: calcolo delle rigidzze traslanti dei controventi dell'edificio

Telaio 1v	1-6-11-13	pilastri che individuano il telaio		Telaio 1o	1-2-3-4-5	pilastri che individuano il telaio
E (N/mmq)	21000,00	modulo di Young		E	21000,00	modulo di Young
H (m)	3,50	altezza dei pilastri		H	3,50	altezza dei pilastri
I_1 (cm ⁴)	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1		I_1	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2		I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	213333,33	momento d'inerzia pilastro 3		I_3	213333,33	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	213333,33	momento d'inerzia pilastro 4		I_4	213333,33	momento d'inerzia pilastro 4
K_T (KN/m)	50155,10	rigidezza traslante telaio 1		I_5	213333,33	momento d'inerzia pilastro 5
				K_T	62693,88	rigidezza traslante telaio 5
Telaio 2v	2-7-12-14	pilastri che individuano il telaio		Telaio 2o	6-7-8-9-10	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young		E	21000,00	modulo di Young
H	3,50	altezza dei pilastri		H	3,50	altezza dei pilastri
I_1	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1		I_1	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2		I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	213333,33	momento d'inerzia pilastro 3		I_3	213333,33	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	213333,33	momento d'inerzia pilastro 4		I_4	213333,33	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	50155,10	rigidezza traslante telaio 2		I_5	213333,33	momento d'inerzia pilastro 5
				K_T	62693,88	rigidezza traslante telaio 6
Telaio 3v	3-8	pilastri che individuano il telaio		Telaio 3o	11-12	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young		E	21000,00	modulo di Young
H	3,50	altezza dei pilastri		H	3,50	altezza dei pilastri
I_1	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1		I_1	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2		I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3		I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4		I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	25077,55	rigidezza traslante telaio 3		K_T	25077,55	rigidezza traslante telaio 7
Telaio 4v	4-9	pilastri che individuano il telaio		Telaio 4o	13-14	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young		E	21000,00	modulo di Young
H	3,50	altezza dei pilastri		H	3,50	altezza dei pilastri
I_1	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1		I_1	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2		I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3		I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4		I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	25077,55	rigidezza traslante telaio 4		K_T	25077,55	rigidezza traslante telaio 8
Telaio 5v	5-10	pilastri che individuano il telaio				
E	21000,00	modulo di Young				
H	3,50	altezza dei pilastri				
I_1	213333,33	momento d'inerzia pilastro 1				
I_2	213333,33	momento d'inerzia pilastro 2				
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3				
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4				
K_T	25077,55	rigidezza traslante telaio 5				

In queste prime tabelle sono riportati tutti i valori delle rigidzze dei telai, prendendo in considerazione i momenti di inerzia, le altezze dei pilastri ed i moduli di young.

Step 2: tabella sinottica controventi e distanze

Kv1(KN/m)	50155,10	rigidezza traslante contr.vert.1
Kv2	50155,10	rigidezza traslante contr.vert.2
Kv3	25077,55	rigidezza traslante contr.vert.3
Kv4	25077,55	rigidezza traslante contr.vert.4
Kv5	25077,55	rigidezza traslante contr.vert.5
dv2 (m)	4,00	distanza orizzontale controvento dal punto □
dv3	8,00	distanza orizzontale controvento dal punto □
dv4	13,00	distanza orizzontale controvento dal punto □
dv5	18,00	distanza orizzontale controvento dal punto □
Ko1(KN/m)	62693,88	rigidezza traslante contr.orizz.1
Ko2	62693,88	rigidezza traslante contr.orizz.2
Ko3	25077,55	rigidezza traslante contr.orizz.3
Ko4	25077,55	rigidezza traslante contr.orizz.4
do2	5,00	distanza verticale controvento punto □
do3	9,00	distanza verticale controvento punto □
do4	14,00	distanza verticale controvento punto □

In questa seconda tabella abbiamo le rigidezze dei telai verticali e orizzontali e le distanze dall'origine. La tabella riassuntiva riportata qui sopra servirà poi per velocizzare i calcoli del centro di rigidezza che viene calcolato nello step-3

Step 3: calcolo del centro di massa

area_1 (mq)	90,00	misura dell'area superficie 1 area 1 (misura)
x_G1 (m)	9,00	coordinata X centro area 1
y_G1	2,50	coordinata Y centro area 1
area_2	36,00	misura dell'area superficie 2
x_G2	4,50	coordinata X centro area 2
y_G2	2,00	coordinata Y centro area 2
Area tot (mq)	126,00	Area totale impalcato
X_G	7,71	coordinata X centro d'area impalcato (centro massa)
Y_G	2,36	coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa)

Si ricavano le coordinate xG e yG che descrivono il centro di massa, ipotizzando che questo abbia la stessa densità per tutta la sua estensione, si ricava ponendo come la massa l'area della parte di impalcato in esame, poiché a parità di densità di tutto l'impalcato, il centro di massa coincide con il centro d'area.

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot X_{Gi}}{A_{tot}}$$

$$Y_c = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot Y_{Gi}}{A_{tot}}$$

Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali

Ko_tot	175542,85	rigidezza totale orizzontale
Kv_tot	175542,85	rigidezza totale verticale
X_C (m)	6,71	coordinata X centro rigidezze
Y_C	5,07	coordinata Y centro rigidezze
dd_v1	-6,71	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-2,71	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	1,29	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	6,29	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v5	11,29	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-5,07	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	-0,07	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	3,93	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o4	8,93	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	10855892,54	rigidezza torsionale totale

In questa tabella viene calcolata "Kφ" la rigidezza torsionale che si ricava tramite la sommatoria di tutte le rigidezze ricavate nello step-1 per la loro distanza dal centro delle rigidezze, ricavato nello step3.

$$K\phi = \sum_{i=1}^n K_{vi} dd_{vi}^2 + \sum_{i=1}^n K_{oi} dd_{oi}^2$$

Per analizzare la ripartizione delle forze orizzontali, manca ora solo il carico orizzontale, essendo questo ipotizzabile come una forza sismica, si ricava tale carico. La forza sismica si ripartirà lungo l'asse X ed Y per ogni controvento.

Step 5: analisi dei carichi sismici

q_s (KN/mq)	2,50	carico permanente di natura strutturale
q_p	2,50	sovraccarico permanente
q_a	5,00	sovraccarico accidentale
G (KN)	630,00	carico totale permanente
Q (KN)	630,00	carico totale accidentale
y	0,80	coefficiente di contemporaneità
W (KN)	1134,00	Pesi sismici
c	0,10	coefficiente di intensità sismica
F (KN)	113,40	Forza sismica orizzontale

Step 6: ripartizione forza sismica lungo X

M (KN*m)	307,80	momento torcente (positivo se antiorario)
u_o (m)	0,001	traslazione orizzontale
φ	0,00003	rotazione impalcato (positiva se antioraria)
Fv1 (KN)	-9,55	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	-3,86	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	0,91	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	4,47	Forza sul controvento verticale 4
Fv5	8,02	Forza sul controvento verticale 5
Fo1	31,49	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	40,37	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	18,99	
Fo4	22,55	Forza sul controvento orizzontale 3
	113,40	
		40,50
		40,50
		16,20
		16,20
		113,40

Step 7: ripartizione forza sismica lungo Y

M (KN*M)	113,40	momento torcente
v_o (KN)	0,001	traslazione verticale
φ	0,00001	rotazione impalcato
Fv1 (KN)	28,88	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	30,98	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	16,54	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	17,85	Forza sul controvento verticale 4
Fv5	19,16	Forza sul controvento verticale 5
Fo1	-3,32	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	-0,05	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	1,03	Forza sul controvento orizzontale 3
Fo4	2,34	Forza sul controvento orizzontale 4
	113,40	
		32,40
		32,40
		16,20
		16,20
		16,20
		113,40

Si calcola quindi la ripartizione della forza sismica F, ricavata nello step 5, lungo l'asse x e y per ogni controvento. Essendo la forza agente su un asse differente da quello di riferimento il corpo non si limiterà a traslare ma avrà anche una rotazione. Poi, si calcola la traslazione orizzontale, dividendo F per la rigidezza traslante orizzontale, la traslazione verticale, dividendo F stavolta per la rigidezza traslante verticale, e le rotazioni, dividendo i rispettivi Momenti Torcenti per la rigidezza rotazionale "K ϕ ":

$$u = F/K_{o,tot}$$

$$v = F/K_{v,tot}$$

$$\varphi = M/K\phi$$