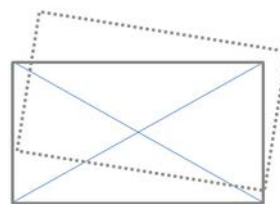
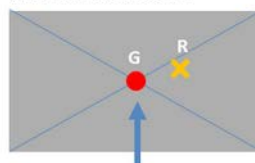


# CenEtro di massa e Centro delle rigidezze

## Ripartizione delle forze sismiche

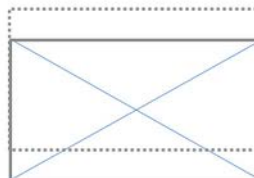
In questo articolo viene introdotto il concetto del centro di massa ed il centro delle rigidezze e l'importanza che i due siano il più vicini possibile nella struttura per una ragione di sicurezza. Abitualmente l'edificio è sottoposto ai carichi accidentali e permanenti dovuti al peso proprio della struttura e di tutte le componenti tecnologiche e dei materiali che costituiscono l'integrità e la funzionalità di un edificio. Così come il peso delle persone che lo abitano ed il peso degli arredi distribuiti in modo non simmetrico all'interno degli ambienti. Il concetto del centro delle rigidezze nasce solo dal momento in cui ammettiamo la possibilità di avere forze agenti di tipo orizzontale che esercitano la loro pressione sulla struttura nel tentativo di deformarla. Le forze orizzontali agenti sono il sisma ed il vento. La forza orizzontale viene applicata nel centro delle masse, che in questo caso corrisponde al baricentro geometrico del sistema degli impalcati piani. L'edificio invece ruota intorno al centro delle rigidezze provocando, nel caso i due centri siano distanti uno dall'altro, una rotazione e quindi un momento torcente molto alto che diverge alla base dell'edificio, ossia al suo attacco a terra rischiando di rompere, deformare l'intergrità strutturale.

Azione orizzontale applicata nel baricentro delle masse



Spostamenti impalcato: traslazione + rotazione

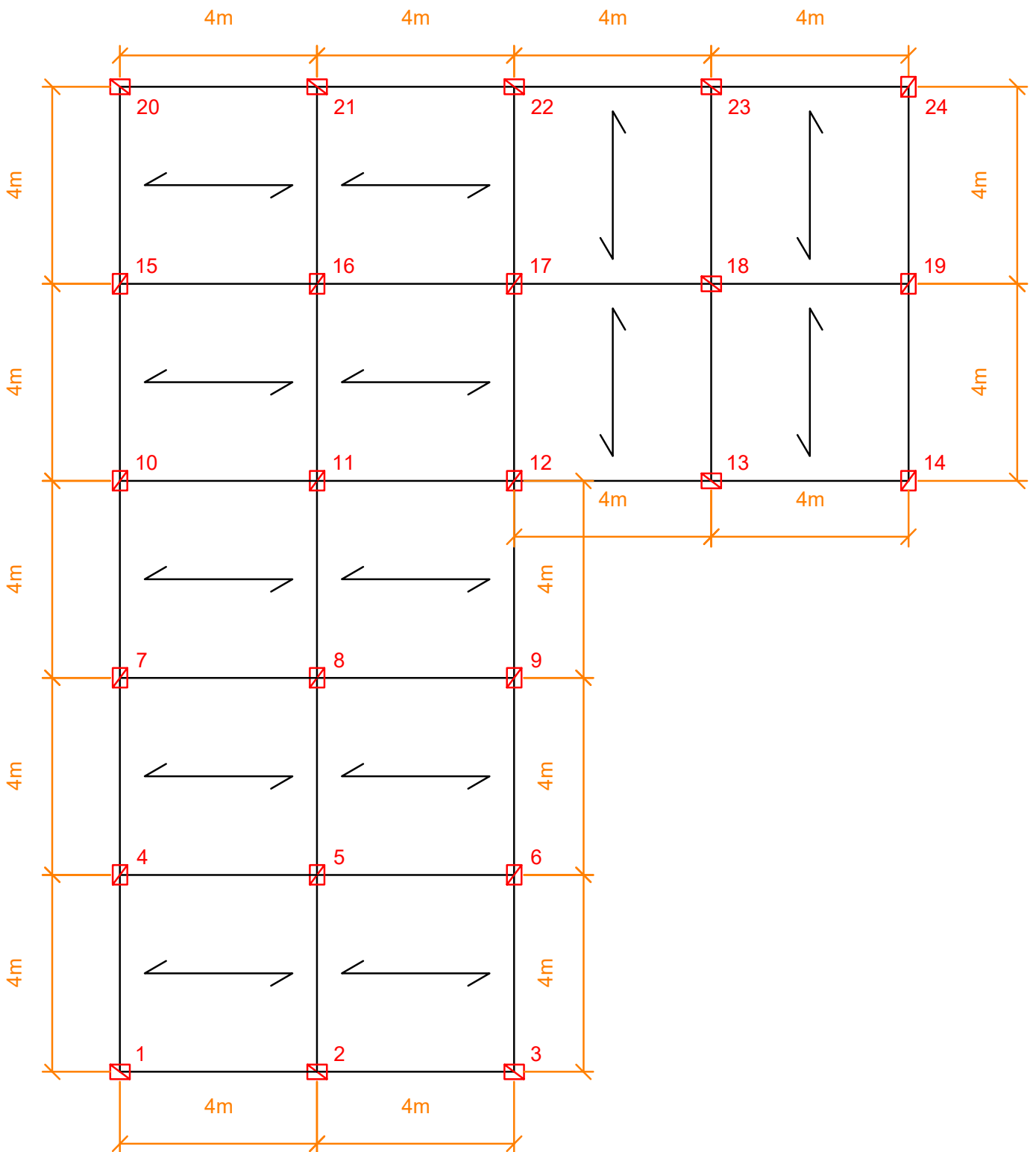
Azione orizzontale applicata nel baricentro delle rigidezze



Spostamenti impalcato: solo traslazione

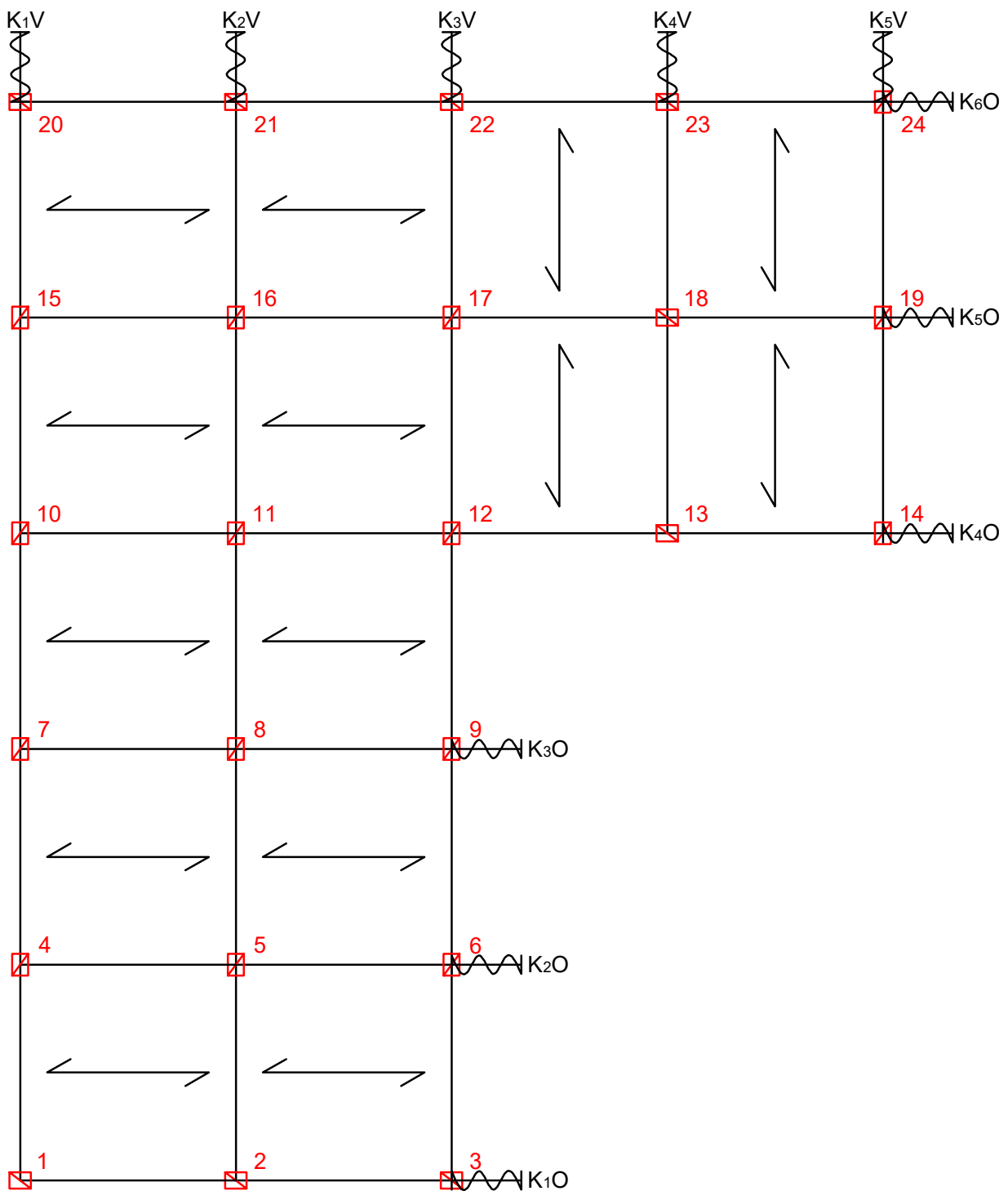
La struttura di studio è di tipo Shear-Type in C.A. con nodi rigidi ed impalcato rigido indeformabile.

Telaio in C.I.s.A. di tipo Shear-Type



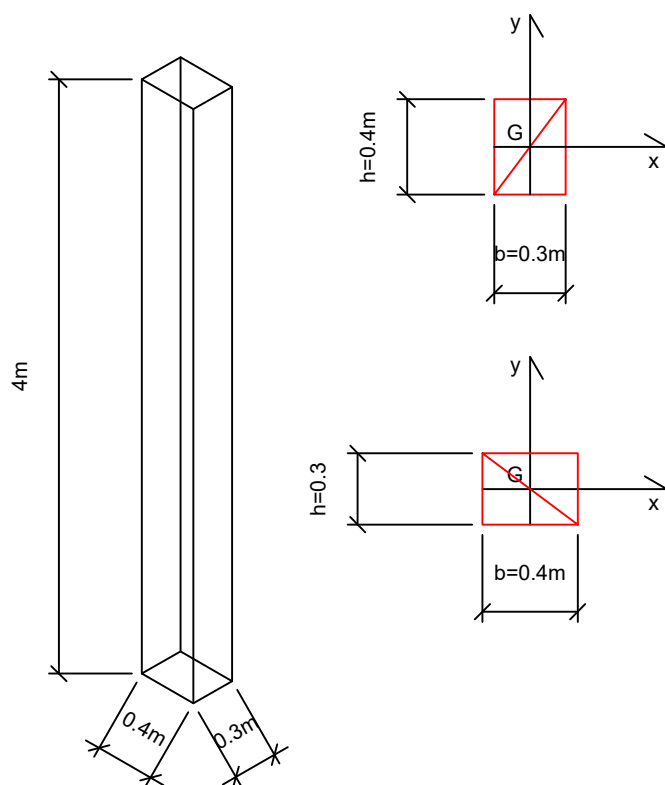
La struttura è formata da campate regolari con interassi di 4m x 4m. I pilastri sono tutti numerati

$K_n O/V$  - (K)rigidezza, (n) - numero della campata,  
(O) - orientamento orizzontale  
(V) - orientamento verticale



La rotazione dei pilastri è dovuta alla volontà di irrigidire telai diversamente

Andiamo a definire ora le sezioni dei pilastri con i relativi momenti d'inerzia



numero identificativo dei pilastri  
4 5 6 7 8 9 10 11 12 14 15 16 17 19 24  
I - momento di inerzia pilastro tipo 1

$$I_G = 1/12bh^3 \text{ rispetto all'asse } x$$

$$I_G = \frac{1}{12} * 30\text{cm} * 40\text{cm}^3 = 160.000\text{cm}^4$$

$$I_G = 1/12b^3h \text{ rispetto all'asse } y$$

$$I_G = \frac{1}{12} * 30\text{cm}^3 * 40\text{cm} = 90.000\text{cm}^4$$

numero identificativo dei pilastri  
1 2 3 13 18 20 21 22 23  
I - momento di inerzia pilastro tipo 2

$$I_G = 1/12bh^3 \text{ rispetto all'asse } x$$

$$I_G = \frac{1}{12} * 40\text{cm} * 30\text{cm}^3 = 90.000\text{cm}^4$$

$$I_G = 1/12b^3h \text{ rispetto all'asse } y$$

$$I_G = \frac{1}{12} * 40\text{cm}^3 * 30\text{cm} = 160.000\text{cm}^4$$

Caratteristiche del materiale:  
CA = Cls C25/30 + B450C  
Modulo elastico -  $E_{cm} = 31447\text{N/mm}^2$

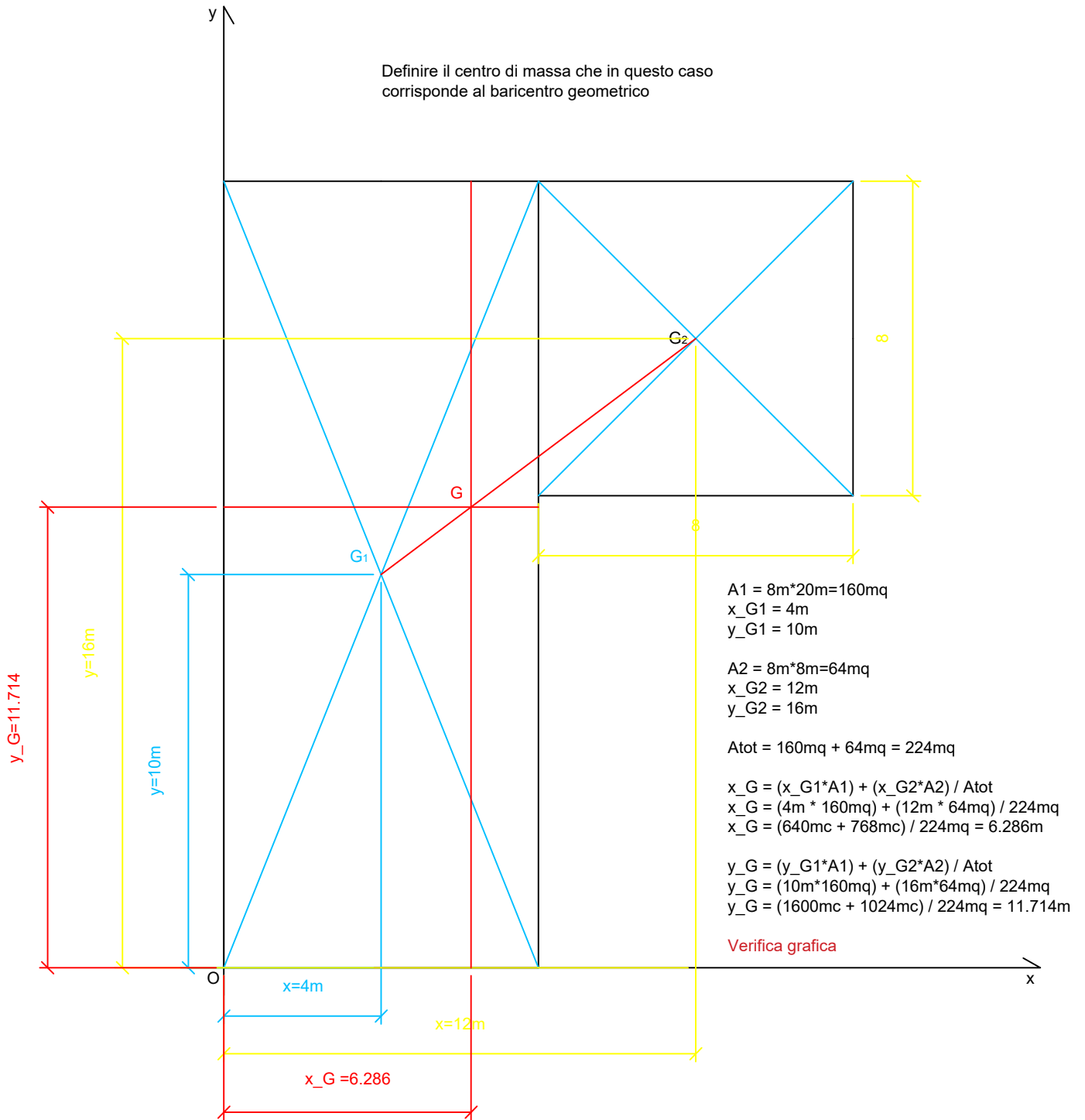
H = 4m

Le caratteristiche elastiche del materiale sono:  
Calcestruzzo di tipo C25/30  
Tondini di tipo B450C  
Modulo elastico = 31447N/mm<sup>2</sup>

Definiamo in seguito la posizione del centro delle masse, facendo una premessa e distinzione tra il baricentro geometrico ed il centro delle masse.

Nella realtà il centro delle masse non sarà mai coincidente con il baricentro geometrico, questo è dovuto dal fatto che per far sì che i due siano coincidenti, tutti i carichi accidentali (persone, arredi ed altro) debbano essere disposti in modo del tutto simmetrico in modo da ripartire le loro masse in modo uniforme all'interno di un ambiente in cui si trovano. Per questo noi nel caso di studio consideriamo la struttura vuota. Le NTC2008 infatti prescrivono di considerare un'eccentricità accidentale del baricentro delle masse lungo X e lungo Y. La distanza da barcentro è pari al 5% della dimensione della pianta

Definire il centro di massa che in questo caso  
corrisponde al baricentro geometrico



$$G = \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} \right)$$

Iniziamo ora la ricerca del centro delle rigidzze utilizzando un foglio di calcolo excel con algoritmi pre-configurati.

<b>Telaio 1v</b>	<b>1-4-7-10-15-20</b>	pilastrini che individuano il telaio		<b>Telaio 3v</b>	<b>3-6-9-12-17-22</b>	pilastrini che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young		E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
H (m)	4.00	altezza dei pilastri		H (m)	4.00	altezza dei pilastri
I_1 (cm <sup>4</sup> )	90000.00	momento d'inerzia pilastro 1		I_3 (cm <sup>4</sup> )	90000.00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	160000.00	momento d'inerzia pilastro 4		I_6	160000.00	momento d'inerzia pilastro 6
I_7	160000.00	momento d'inerzia pilastro 7		I_9	160000.00	momento d'inerzia pilastro 9
I_10	160000.00	momento d'inerzia pilastro 10		I_12	160000.00	momento d'inerzia pilastro 12
I_15	160000.00	momento d'inerzia pilastro 15		I_17	160000.00	momento d'inerzia pilastro 17
I_20	90000.00	momento d'inerzia pilastro 20		I_22	90000.00	momento d'inerzia pilastro 22
<b>K T (KN/m)</b>	<b>48349.76</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>		<b>K T (KN/m)</b>	<b>48349.76</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>
<b>Telaio 2v</b>	<b>2-5-8-11-16-21</b>	pilastrini che individuano il telaio		<b>Telaio 4v</b>	<b>13-18-23</b>	pilastrini che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young		E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
H (m)	4.00	altezza dei pilastri		H (m)	4.00	altezza dei pilastri
I_2 (cm <sup>4</sup> )	90000.00	momento d'inerzia pilastro 2		I_13 (cm <sup>4</sup> )	90000.00	momento d'inerzia pilastro 13
I_5	160000.00	momento d'inerzia pilastro 5		I_18	90000.00	momento d'inerzia pilastro 18
I_8	160000.00	momento d'inerzia pilastro 8		I_23	90000.00	momento d'inerzia pilastro 23
I_11	160000.00	momento d'inerzia pilastro 11		<b>K T (KN/m)</b>	<b>15920.04</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>
I_16	160000.00	momento d'inerzia pilastro 16				
I_21	90000.00	momento d'inerzia pilastro 21		<b>Telaio 5v</b>	<b>14-19-24</b>	pilastrini che individuano il telaio
<b>K T (KN/m)</b>	<b>48349.76</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>		E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
				H (m)	4.00	altezza dei pilastri
<b>Step 2: tabella sinottica controventi e distanze</b>				I_14 (cm <sup>4</sup> )	160000.00	momento d'inerzia pilastro 14
				I_19	160000.00	momento d'inerzia pilastro 19
				I_24	160000.00	momento d'inerzia pilastro 24
Kv1(KN/m)	48349.76	rigidezza traslante contr.vert.1		<b>K T (KN/m)</b>	<b>28302.30</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>
Kv2	48349.76	rigidezza traslante contr.vert.2				
Kv3	48349.76	rigidezza traslante contr.vert.3				
Kv4	15920.04	rigidezza traslante contr.vert.4				
Kv5	28302.20	rigidezza traslante contr.vert.4				
dv2 (m)	4.00	distanza orizzontale controvento dal punto O				
dv3	8.00	distanza orizzontale controvento dal punto O				
dv4	12.00	distanza orizzontale controvento dal punto O				
dv5	16.00	distanza orizzontale controvento dal punto O				
Kv(tot)	189271.52					

In questa tabella sono state definite le diverse rigidzze dei sistemi intelaiati VERTICALI ed è stata trovata la rigidzza totale di essi

Telaio 1o	1-2-3	pilastrini che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
H (m)	4.00	altezza dei pilastrini
I <sub>1</sub> (cm <sup>4</sup> )	160000.00	momento d'inerzia pilastro 1
I <sub>2</sub>	160000.00	momento d'inerzia pilastro 2
I <sub>3</sub>	160000.00	momento d'inerzia pilastro 3
<b>K<sub>T</sub> (KN/m)</b>	<b>28302.30</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>

Telaio 2o	4-5-6	pilastrini che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
H (m)	4.00	altezza dei pilastrini
I <sub>4</sub> (cm <sup>4</sup> )	90000.00	momento d'inerzia pilastro 4
I <sub>5</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 5
I <sub>6</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 6
<b>K<sub>T</sub> (KN/m)</b>	<b>15920.04</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>

Telaio 3o	7-8-9	pilastrini che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
H (m)	4.00	altezza dei pilastrini
I <sub>7</sub> (cm <sup>4</sup> )	90000.00	momento d'inerzia pilastro 7
I <sub>8</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 8
I <sub>9</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 9
<b>K<sub>T</sub> (KN/m)</b>	<b>15920.04</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>

Telaio 4o	10-11-12-13-14	pilastrini che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
H (m)	4.00	altezza dei pilastrini
I <sub>10</sub> (cm <sup>4</sup> )	90000.00	momento d'inerzia pilastro 10
I <sub>11</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 11
I <sub>12</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 12
I <sub>13</sub>	160000.00	momento d'inerzia pilastro 13
I <sub>14</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 14
<b>K<sub>T</sub> (KN/m)</b>	<b>30660.83</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>

Telaio 5o	15-16-17-18-19	pilastrini che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
H (m)	4.00	altezza dei pilastrini
I <sub>15</sub> (cm <sup>4</sup> )	90000.00	momento d'inerzia pilastro 15
I <sub>16</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 16
I <sub>17</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 17
I <sub>18</sub>	160000.00	momento d'inerzia pilastro 18
I <sub>19</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 19
<b>K<sub>T</sub> (KN/m)</b>	<b>30660.83</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>

Telaio 6o	20-21-22-23-24	pilastrini che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	31447.00	modulo di Young
H (m)	4.00	altezza dei pilastrini
I <sub>20</sub> (cm <sup>4</sup> )	160000.00	momento d'inerzia pilastro 20
I <sub>21</sub>	160000.00	momento d'inerzia pilastro 21
I <sub>22</sub>	160000.00	momento d'inerzia pilastro 22
I <sub>23</sub>	160000.00	momento d'inerzia pilastro 23
I <sub>24</sub>	90000.00	momento d'inerzia pilastro 24
<b>K<sub>T</sub> (KN/m)</b>	<b>43043.08</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>

#### Step 2: tabella sinottica controventi e distanze

Ko1(KN/m)	28302.30	rigidezza traslante contr.vert.1
Ko2	15920.04	rigidezza traslante contr.vert.2
Ko3	15920.04	rigidezza traslante contr.vert.3
Ko4	30660.83	rigidezza traslante contr.vert.4
Ko5	30660.83	rigidezza traslante contr.vert.4
Ko6	43043.08	rigidezza traslante contr.vert.4
do2 (m)	4.00	distanza verticale controvento dal punto O
do3	8.00	distanza verticale controvento dal punto O
do4	12.00	distanza verticale controvento dal punto O
do5	16.00	distanza verticale controvento dal punto O
do6	20.00	distanza verticale controvento dal punto O
Ko(tot)	164507.12	

In questa tabella sono state definite le diverse rigidezze dei sistemi intelaiati ORIZZONTALI ed è stata trovata la rigidezza totale di essi

#### Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali

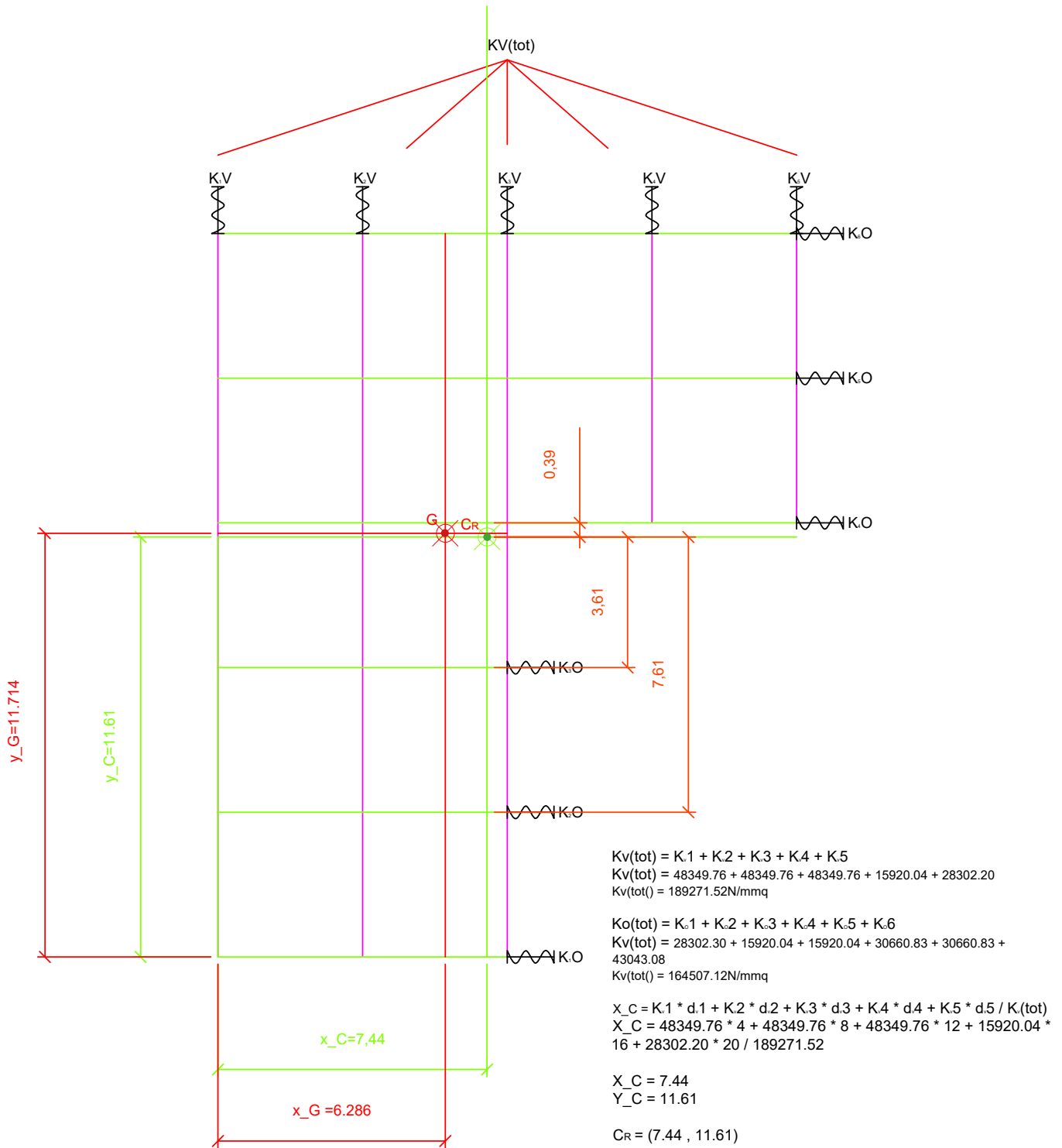
Ko_tot	189271.52	rigidezze totale orizzontale
Kv_tot	164507.12	rigidezze totale verticale
X_C (m)	7.44	coordinata X centro rigidezze
Y_C	11.61	coordinata Y centro rigidezze

#### Step 5: rigidezze torsionale totale

dd_v1	-7.44	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-3.44	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	0.56	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	4.56	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v5	8.56	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-11.61	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	-7.61	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	-3.61	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o4	0.39	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o5	4.39	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o6	8.39	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	14238302.34	rigidezze torsionale totale

In questa tabella è stato definito il centro delle rigidezze ed è stata calcolata la rigidezze torsionale espressa in KN\*m di tutta la struttura.

Definire il centro delle rigidezze - nello stesso modo in cui definiamo il centro di massa



I due centri individuati risultano molto vicini tra loro, ciò permetterà uno spostamento di tipo traslativo e poco torsionale, condizione ottimale nel caso dei sismi o venti forti



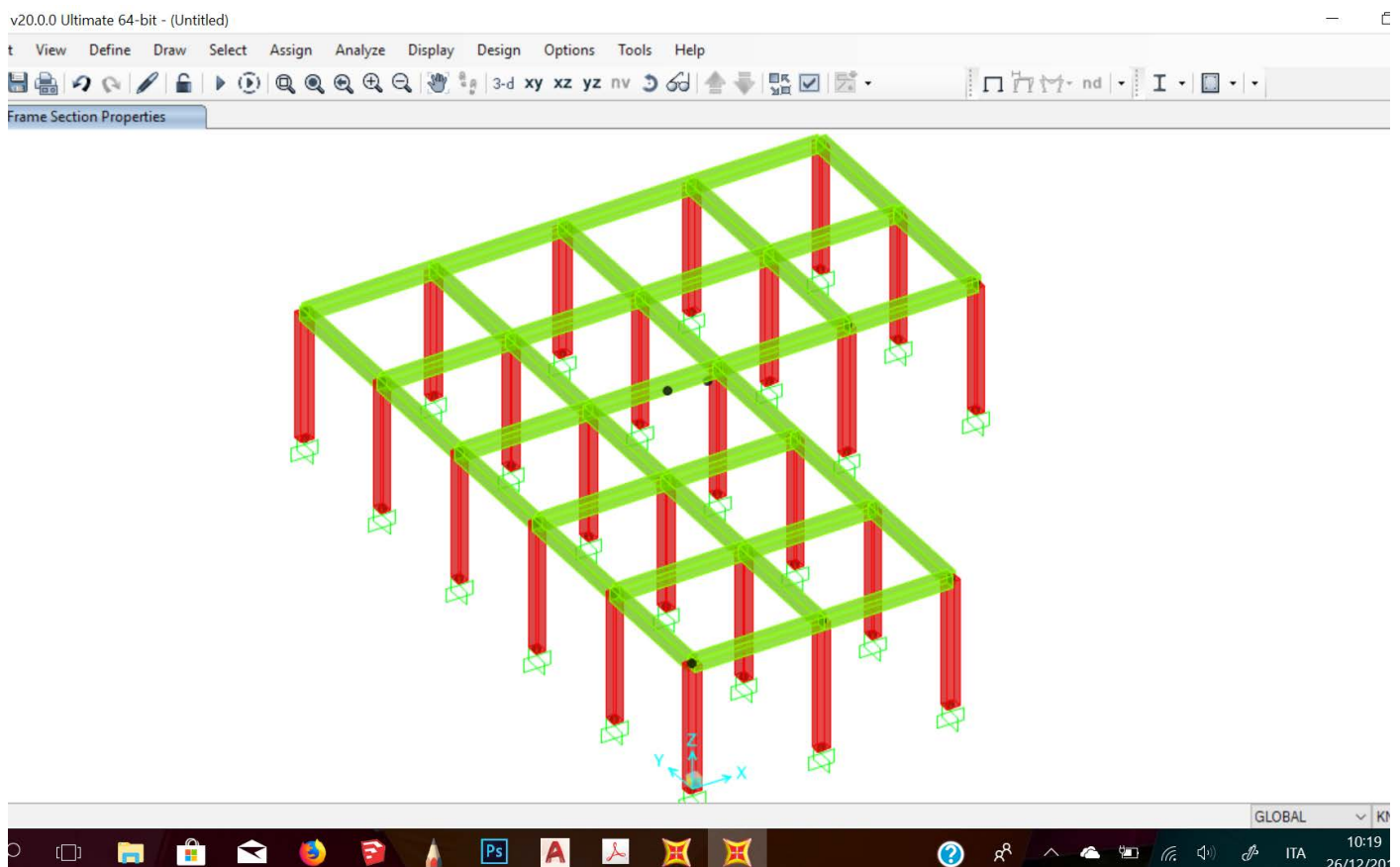
## Definiamo ora la rigidezza torsionale totale

Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali		
Ko_tot	189271.52	rigidezza totale orizzontale
Kv_tot	164507.12	rigidezza totale verticale
X_C (m)	7.44	coordinata X centro rigidezze
Y_C	11.61	coordinata Y centro rigidezze

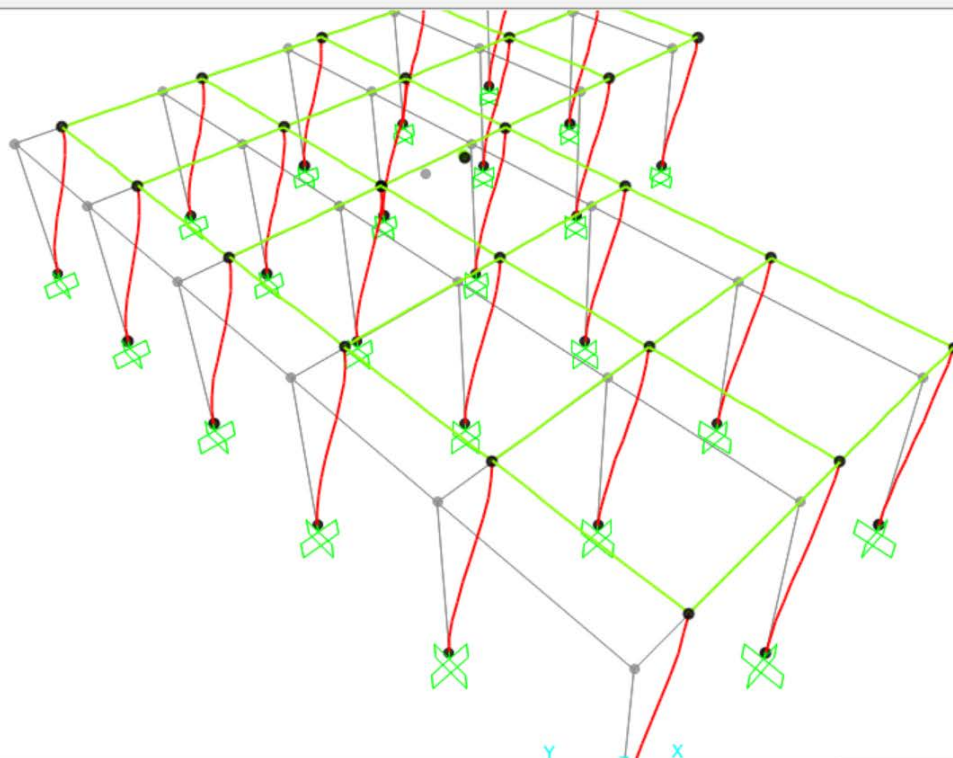
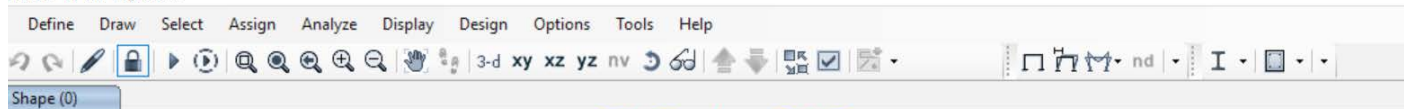
Step 5: rigidezza torsionale totale		
dd_v1	-7.44	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-3.44	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	0.56	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	4.56	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v5	8.56	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-11.61	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	-7.61	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	-3.61	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o4	0.39	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o5	4.39	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o6	8.39	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	14238302.34	rigidezza torsionale totale

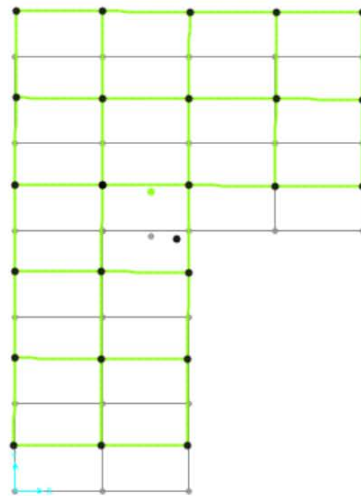
A questo punto è stato definito il centro delle rigidezze con il momento torsionale totale. Il progetto è stato portato su SAP per la verifica delle traslazioni e delle rotazioni della struttura



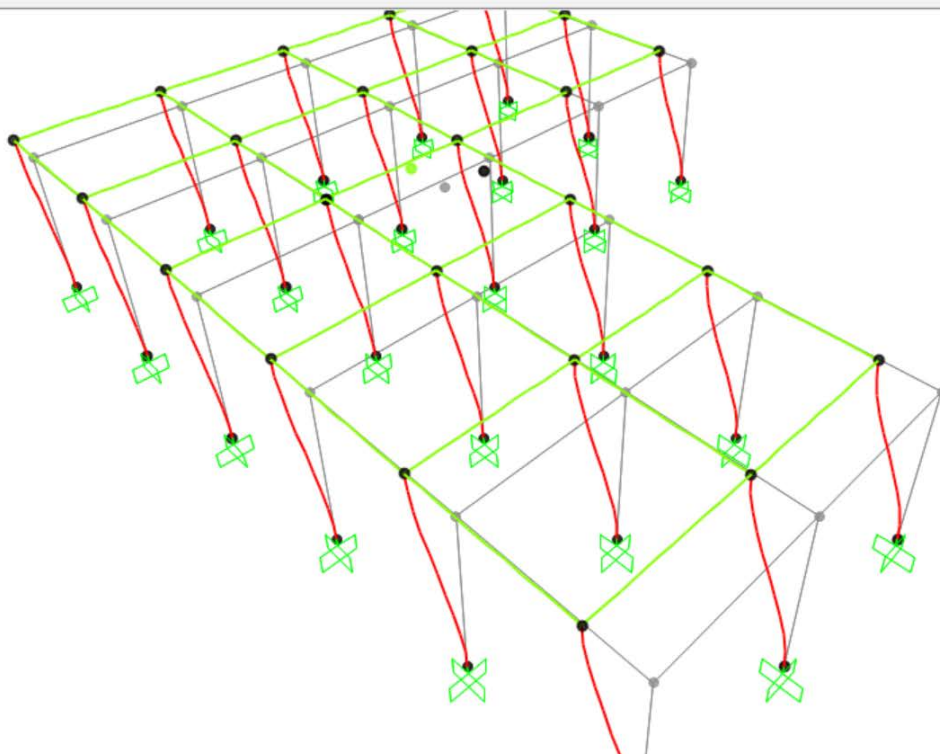
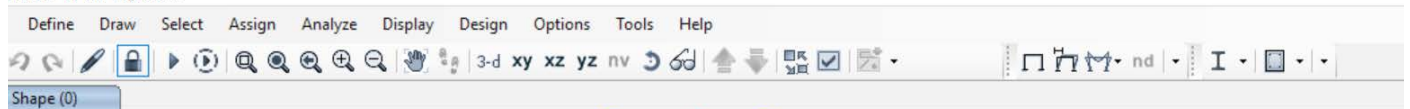


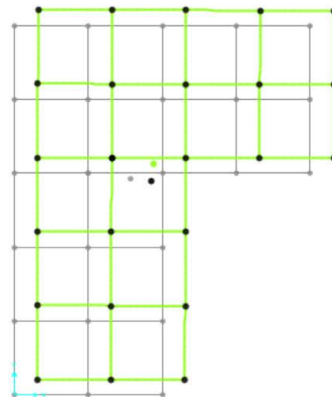
# Risultato della deformatazione dovuti a forza orizzontale agente sul centro delle masse lungo l'asse delle ascisse





# Risultato della deformatazione dovuti a forza orizzontale agente sul centro delle masse lungo l'asse delle ordinate





Risultato della deformazione dovuti a forza orizzontale agente su entrambi gli assi di intensità pari a  $X=3\text{KN}$  ed  $Y=4\text{KN}$

t - rigidezze

