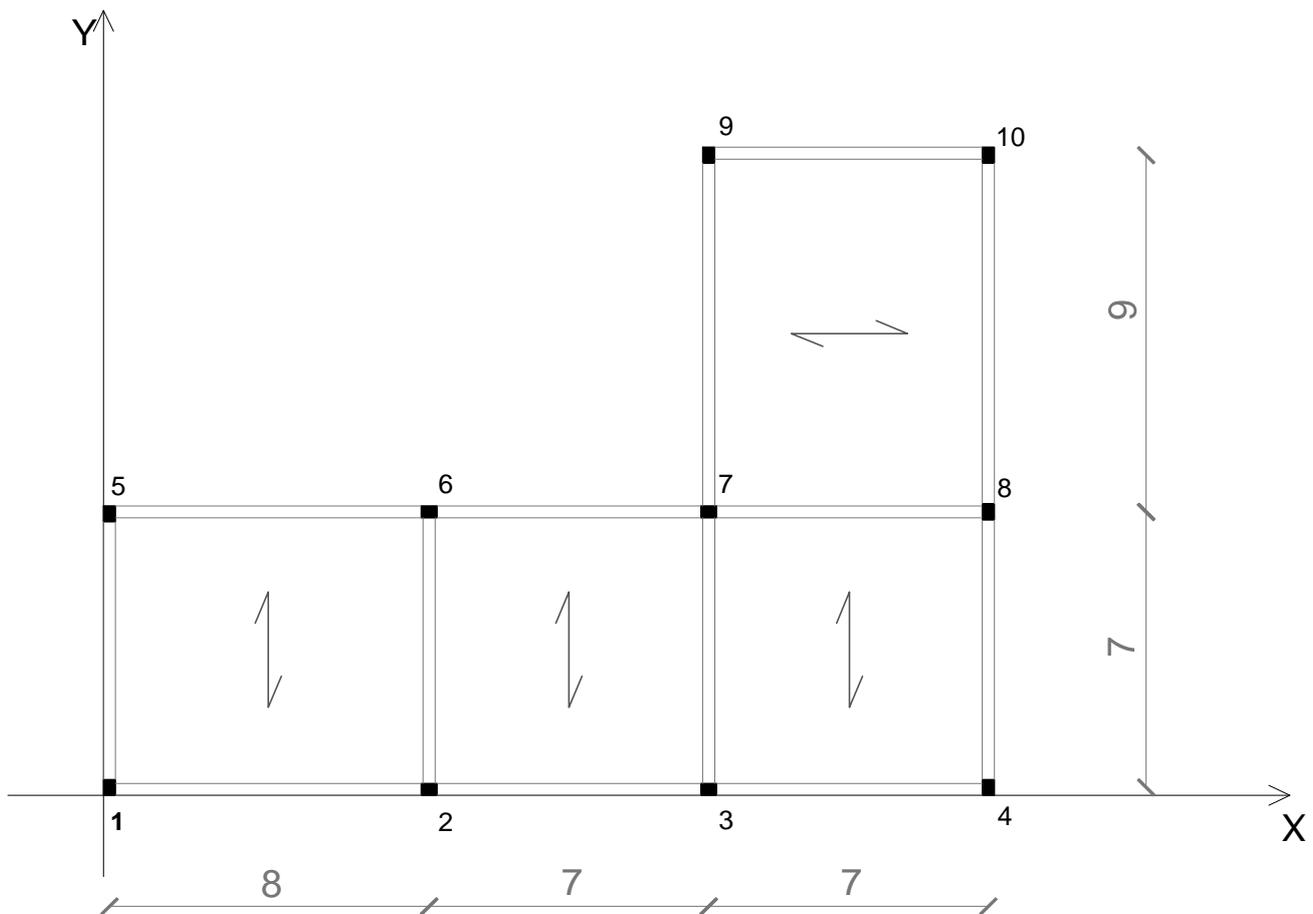


ESERCITAZIONE 2 – Centro delle rigidezze e ripartizione delle forze sismiche

L'esercitazione ha lo scopo di mettere in evidenza attraverso il metodo delle rigidezze, come una forza orizzontale (vento o sisma) venga ripartita sui diversi telai che compongono una struttura.

Si consideri quindi un edificio ad L in cemento armato ad un solo piano: tale struttura è composta da telai piani che, oltre a trasmettere i carichi verticali in fondazione, fungono da controventi in grado di sopportare le azioni orizzontali.

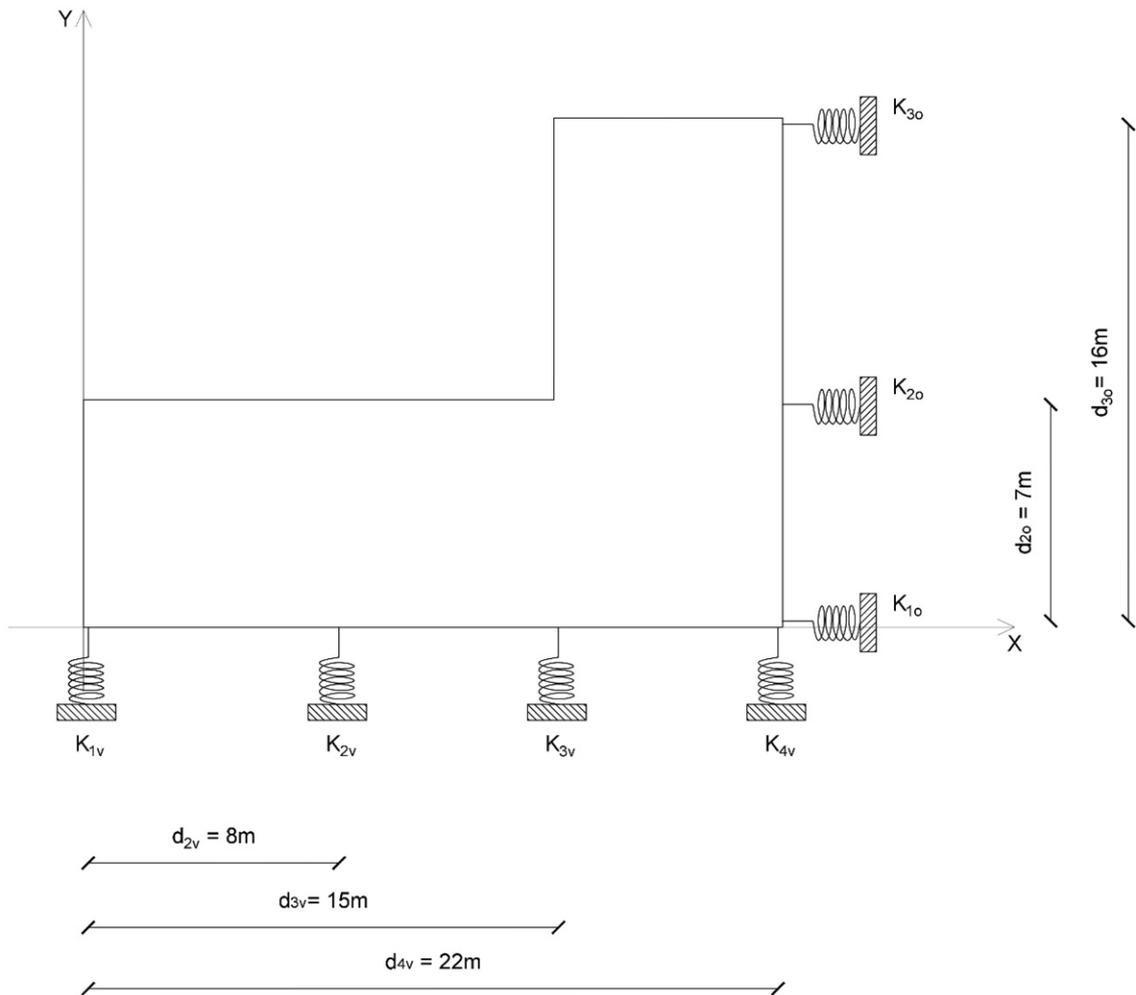
I telai sono del tipo *shear-type*, quindi con travi con rigidezza assiale e flessionale infinita e pilastri con rigidezza assiale infinita.



L'impalcato è composto da 7 telai piani (4 lungo l'asse X e 3 lungo l'asse Y), con pilastri di sezione 30x40 cm e altezza $h=3$ m:

- Telaio 1v – pilastri 1,5
 - Telaio 2v – pilastri 2,6
 - Telaio 3v – pilastri 3,7,9
 - Telaio 4v – pilastri 4,8,10
-
- Telaio 1o – pilastri 1,2,3,4
 - Telaio 2o – pilastri 5,6,7,8
 - Telaio 3o – pilastri 9,10

I controventi possono essere raffigurati tramite **molle**, in quanto rappresentano dei vincoli cedevoli elasticamente:



Calcoliamo la rigidezza k dei controventi. Avendo definito il comportamento dei telai assimilabile al modello shear-type di cui sappiamo che la rigidezza dei pilastri è $k = \frac{12EI}{h^3}$, possiamo calcolare la rigidezza dei controventi come somma delle rigidezze dei pilastri che li compongono:

$$k_{controvento} = \frac{12E}{h^3} \sum_{i=1}^n I_i \quad \text{ad esempio } k_{1v} = \frac{12E}{h^3} (I_1 + I_5)$$

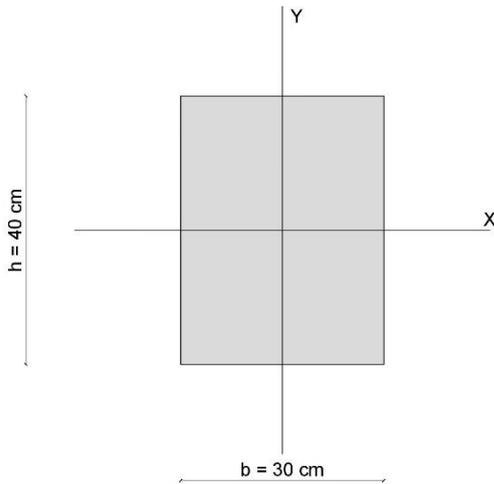
con E modulo elastico = 25000 MPa per pilastri in CA

h altezza pilastro = 3 m

I momento d'inerzia $[I_{rettangolo} = \frac{bh^3}{12}]$

Il momento d'inerzia sarà diverso a seconda dell'orientamento dei pilastri:

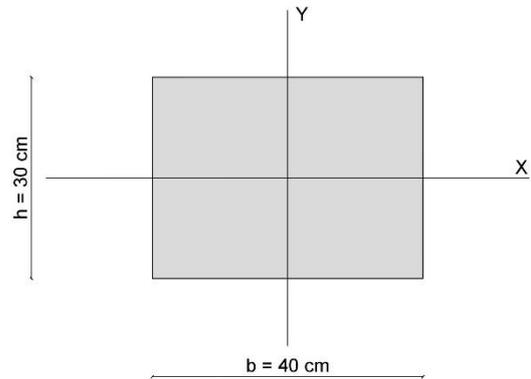
Pilastri 1-4-5-8-9-10



$$I_x = \frac{30 \text{ cm} * (40 \text{ cm})^3}{12} = 160000 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{40 \text{ cm} * (30 \text{ cm})^3}{12} = 90000 \text{ cm}^4$$

Pilastri 2-3-6-7



$$I_x = \frac{40 \text{ cm} * (30 \text{ cm})^3}{12} = 90000 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{30 \text{ cm} * (40 \text{ cm})^3}{12} = 160000 \text{ cm}^4$$

Inserendo i dati nel foglio di calcolo Excel otteniamo:

Step 1: calcolo delle rigidzze traslanti dei controventi dell'edificio

Telaio 1v	1-5	pilastri che individuano il telaio
E (N/mmq)	25000,00	modulo di Young
H (m)	3,00	altezza dei pilastri
I_1 (cm^4)	160000,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	160000,00	momento d'inerzia pilastro 5
I_3	0,00	
I_4	0,00	
K_T (KN/m)	35555,56	rigidezza traslante telaio 1

Telaio 2v	2-6	pilastri che individuano il telaio
E	25000,00	modulo di Young
H	3,00	altezza dei pilastri
I_1	90000,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_2	90000,00	momento d'inerzia pilastro 6
I_3	0,00	
I_4	0,00	
K_T	20000,00	rigidezza traslante telaio 2

Telaio 3v	3-7-9	pilastri che individuano il telaio
E	25000,00	modulo di Young
H	3,00	altezza dei pilastri
I_1	90000,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_2	90000,00	momento d'inerzia pilastro 7
I_3	160000,00	momento d'inerzia pilastro 9
I_4	0,00	
K_T	37777,78	rigidezza traslante telaio 3

Telaio 4v	4-8-10	pilastri che individuano il telaio
E	25000,00	modulo di Young
H	3,00	altezza dei pilastri
I_1	160000,00	momento d'inerzia pilastro 4
I_2	160000,00	momento d'inerzia pilastro 8
I_3	160000,00	momento d'inerzia pilastro 10
I_4	0,00	
K_T	53333,33	rigidezza traslante telaio 4

Telaio 1o	1-2-3-4	pilastri che individuano il telaio
E	25000,00	modulo di Young
H	3,00	altezza dei pilastri
I_1	160000,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	90000,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	90000,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	160000,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	55555,56	rigidezza traslante telaio 5

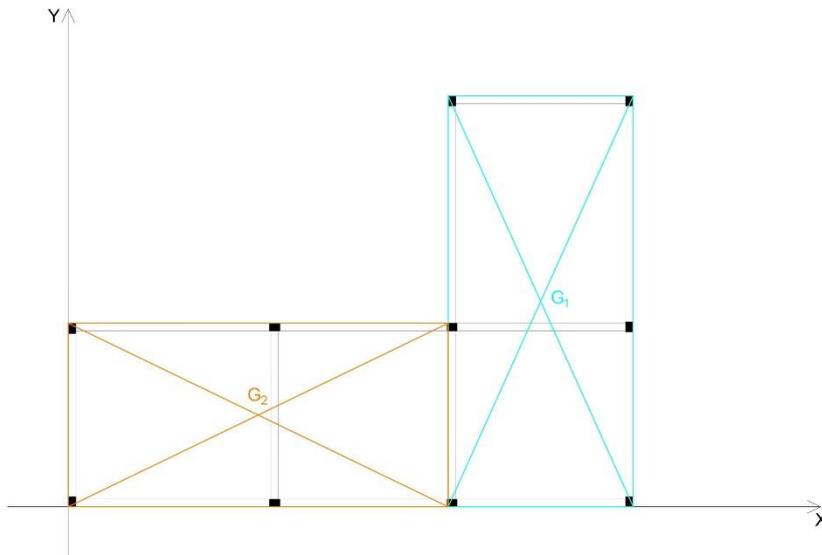
Telaio 2o	5-6-7-8	pilastri che individuano il telaio
E	25000,00	modulo di Young
H	3,00	altezza dei pilastri
I_1	160000,00	momento d'inerzia pilastro 5
I_2	90000,00	momento d'inerzia pilastro 6
I_3	90000,00	momento d'inerzia pilastro 7
I_4	160000,00	momento d'inerzia pilastro 8
K_T	55555,56	rigidezza traslante telaio 6

Telaio 3o	9-10	pilastri che individuano il telaio
E	25000,00	modulo di Young
H	3,00	altezza dei pilastri
I_1	160000,00	momento d'inerzia pilastro 9
I_2	160000,00	momento d'inerzia pilastro 10
I_3	0,00	
I_4	0,00	
K_T	35555,56	rigidezza traslante telaio 7

Step 2: tabella sinottica controventi e distanze

Kv1(KN/m)	35555,56	rigidezza traslante contr.vert.1
Kv2	20000,00	rigidezza traslante contr.vert.2
Kv3	37777,78	rigidezza traslante contr.vert.3
Kv4	53333,33	rigidezza traslante contr.vert.4
dv2 (m)	8,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
dv3	15,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
dv4	22,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
Ko1(KN/m)	55555,56	rigidezza traslante contr.orizz.1
Ko2	55555,56	rigidezza traslante contr.orizz.2
Ko3	35555,56	rigidezza traslante contr.orizz.3
do2	7,00	distanza verticale controvento punto O
do3	16,00	distanza verticale controvento punto O

- **Step 3_Calcolo del centro di massa:** riconduciamo la struttura a forme geometriche più semplici in modo da semplificare il calcolo delle aree, dei centri e delle relative coordinate.

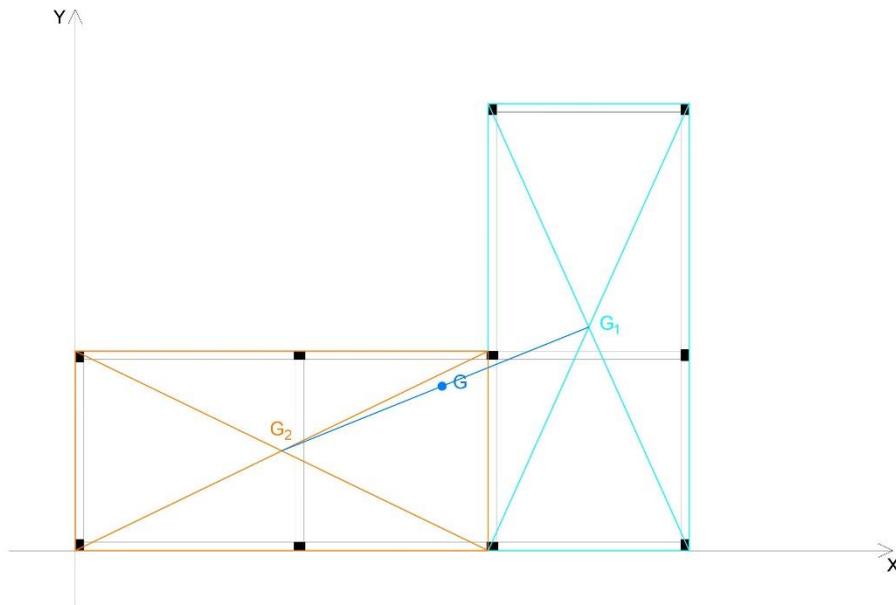


Troviamo le coordinate del centro di massa applicando la seguente formula:

$$X_G = \frac{A_1x_1 + A_2x_2}{A_{TOT}} ; Y_G = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{A_{TOT}}$$

Step 3: calcolo del centro di massa

area_1 (mq)	119,36	misura dell'area superficie 1 area 1 (misura)
x_G1 (m)	18,65	coordinata X centro area 1
y_G1	8,18	coordinata Y centro area 1
area_2	109,50	misura dell'area superficie 2
x_G2	7,50	coordinata X centro area 2
y_G2	3,65	coordinata Y centro area 2
Area tot (mq)	228,86	Area totale impalcato
X_G	13,32	coordinata X centro d'area impalcato (centro massa)
Y_G	6,01	coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa)



- **Step 4_Calcolo del centro delle rigidezze:**

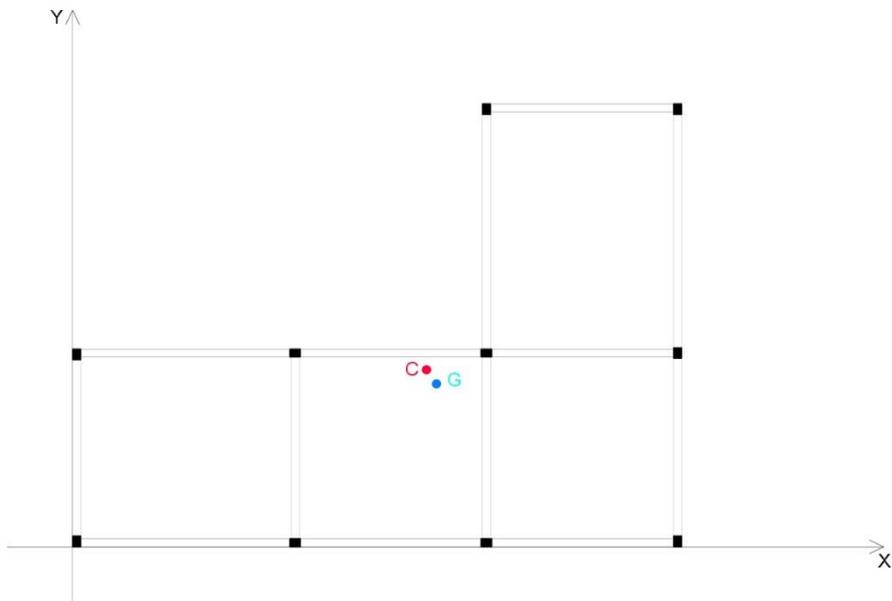
per determinare le coordinate del centro C possiamo sfruttare la stessa formula vista per il centro di massa riadattandola: il centro delle rigidezze avrà infatti coordinate pari alla sommatoria del prodotto fra le rigidezze di ogni controvento per le rispettive distanze, diviso la rigidezze totale

$$X_C = \frac{\sum K_{vi} \cdot d_{vi}}{K_{v_{tot}}}; Y_C = \frac{\sum K_{oi} \cdot d_{oi}}{K_{v_{tot}}}$$

Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali

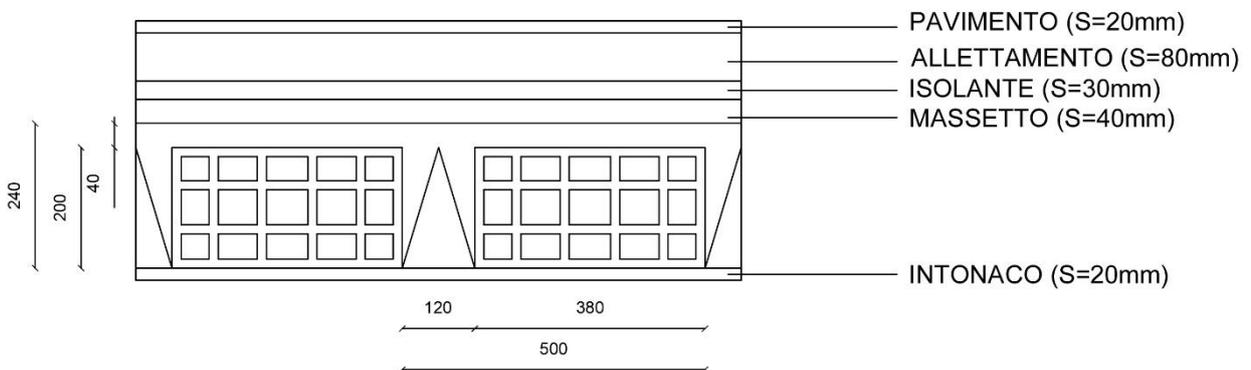
Ko_tot	146666,67	rigidezze totale orizzontale
Kv_tot	146666,67	rigidezze totale verticale
X_C (m)	12,95	coordinata X centro rigidezze
Y_C	6,53	coordinata Y centro rigidezze

dd_v1	-12,95	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-4,95	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	2,05	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	9,05	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-6,53	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	0,47	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	9,47	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	16549562,29	rigidezze torsionale totale



Confrontando il centro di massa con quello delle rigidezze notiamo che sono molto vicini tra loro; se così non fosse stato avrei dovuto riprogettare i controventi fino ad accorciare il più possibile la loro distanza, in quanto le forze orizzontali ipotizzate agenti in G provocherebbero una rotazione dell'edificio.

• **Step 5_ Analisi dei carichi sismici**



• **Peso proprio solaio q_s**

- Peso soletta q_{s1} : $(25 \frac{KN}{m^3} \times 0.04 m) = 1 \frac{KN}{m^2}$

- Peso travetti q_{s2} : $(25 \frac{KN}{m^3} \times 0.12 \text{ m} \times 0.2 \text{ m})/0.5 \text{ m} = 1.2 \frac{KN}{m^2}$
- Perso pignatte q_{s3} : $(6 \frac{KN}{m^3} \times 0.38 \text{ m} \times 0.2 \text{ m})/0.5 \text{ m} = 0.91 \frac{KN}{m^2}$

$$q_s = (1 + 1.2 + 0.91) \frac{KN}{m^2} = 3.11 \frac{KN}{m^2}$$

- Carico permanente portato q_p

- Pavimento q_{p1} : $0.40 \frac{KN}{m^2}$ (valore tabellato per pavimento in gres ceramico con spessore $s = 20 \text{ mm}$)
- Allettamento + massetto ($s=80+40\text{mm}$), q_{p2} : $(20 \frac{KN}{m^3} \times 0.12 \text{ m}) = 2.4 \frac{KN}{m^2}$
- Isolante ($s = 30 \text{ mm}$): $0.03 \frac{KN}{m^2}$
- Intonaco ($s = 20 \text{ mm}$): $(20 \frac{KN}{m^3} \times 0.02 \text{ m}) = 0.40 \frac{KN}{m^2}$

$$q_p = (0.40 + 2.4 + 0.03 + 0.40) \frac{KN}{m^2} = 3.23 \frac{KN}{m^2}$$

- Carico accidentale q_a

Per uso residenziale $q_a = 2 \frac{KN}{m^2}$ (valore normato dipendente dalla destinazione d'uso)

Una volta definito il solaio con i suoi carichi per unità di superficie, calcoliamo il carico totale permanente G e il carico totale accidentale Q :

$$G = (q_s + q_p) A_{tot} ; Q = q_a * A_{tot}$$

Utilizziamo la combinazione sismica data dalla norma per definire i pesi sismici:

$$W = G + \psi_2 Q \quad \psi_2 \text{ è il coef. di contemporaneità (=0.3 per uso residenziale)}$$

Step 5: analisi dei carichi sismici

q_s (KN/mq)	3,11	carico permanente di natura strutturale
q_p	3,23	sovraccarico permanente
q_a	2,00	sovraccarico accidentale
G (KN)	1450,94	carico totale permanente
Q (KN)	457,71	carico totale accidentale
ψ	0,30	coefficiente di contemporaneità
W (KN)	1588,25	Pesi sismici
c	0,10	coefficiente di intensità sismica
F (KN)	158,83	Forza sismica orizzontale

Moltiplicando il peso sismico W per il coefficiente di intensità sismica c , che tiene conto della sismicità del luogo di progettazione dell'edificio, si ottiene la forza sismica F :

$$F = W * c$$

• Step 6-7_ Ripartizione forza sismica lungo X e Y

Step 6: ripartizione forza sismica lungo X

M (KN*m)	82,65	momento torcente (positivo se antiorario)
u_o (m)	0,001	traslazione orizzontale
φ	0,00000	rotazione impalcato (positiva se antioraria)
Fv1 (KN)	-2,30	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	-0,49	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	0,39	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	2,41	Forza sul controvento verticale 4
Fo1	58,35	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	60,29	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	40,18	Forza sul controvento orizzontale 3

158,83

60,16
60,16
38,50

158,83

Step 7: ripartizione forza sismica lungo Y

M (KN*M)	57,26	momento torcente
v_o (KN)	0,001	traslazione verticale
φ	0,00000	rotazione impalcato
Fv1 (KN)	36,91	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	21,32	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	41,18	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	59,42	Forza sul controvento verticale 4
Fo1	-1,26	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	0,09	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	1,16	Forza sul controvento orizzontale 3

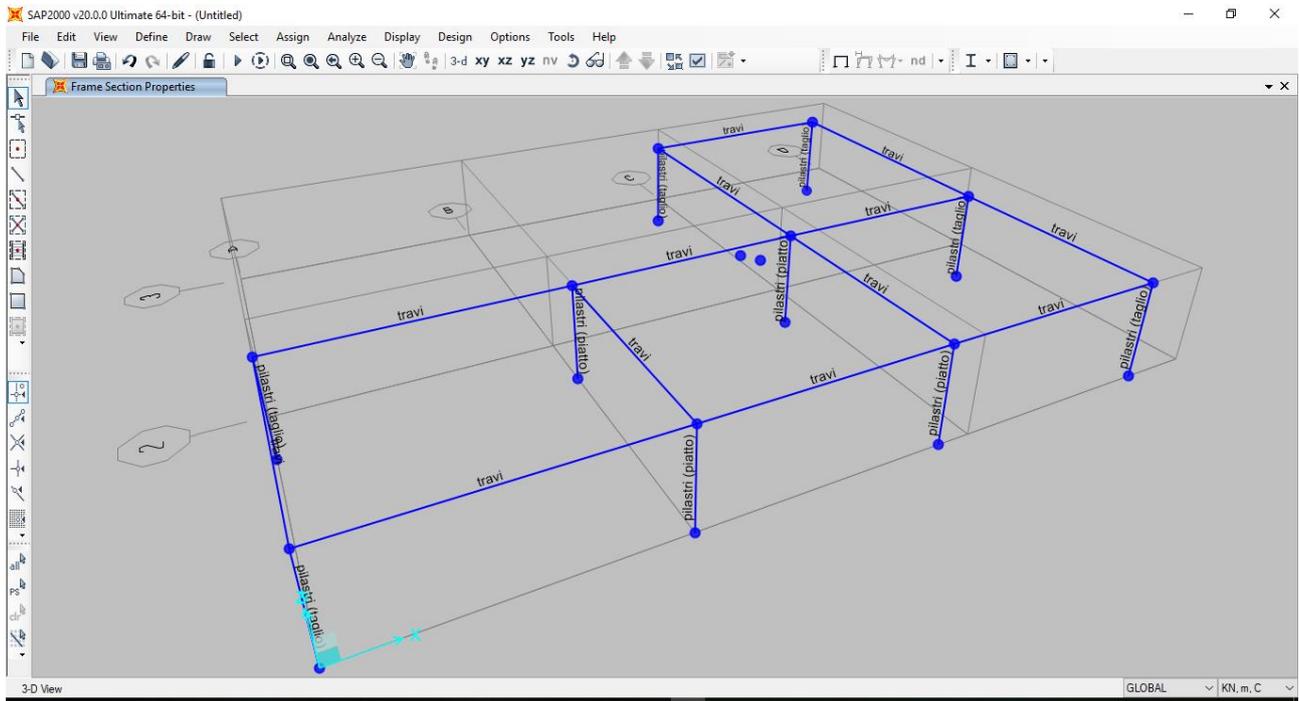
158,83

38,50
21,66
40,91
57,75

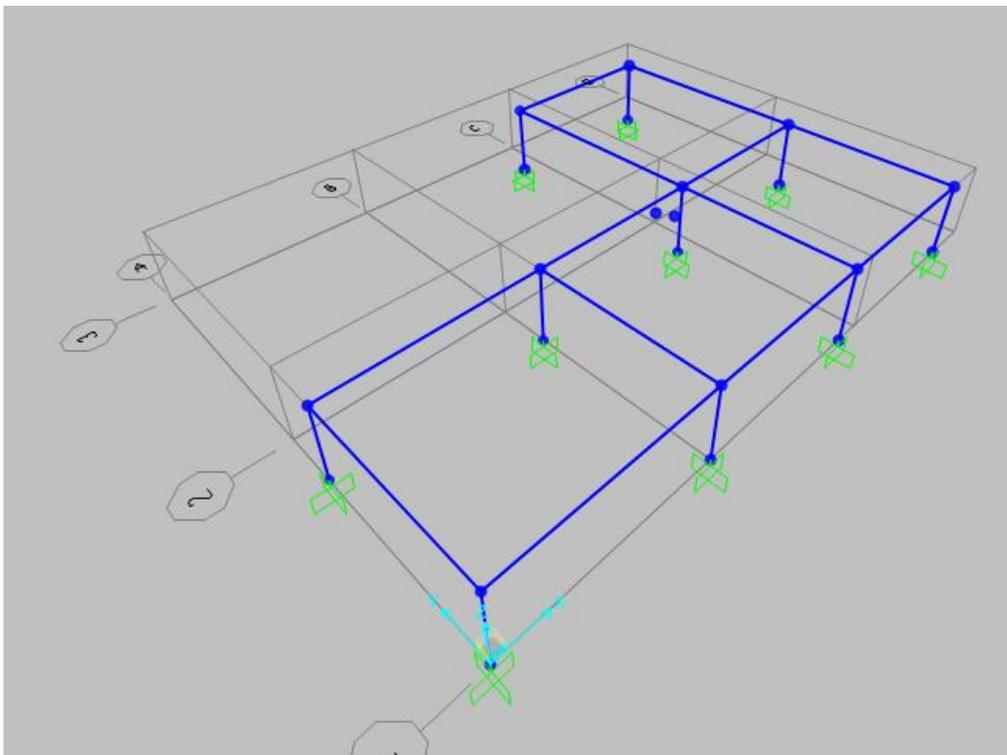
158,83

Controlliamo i risultati su SAP, verificando che la deformazione subita dall'impalcato riguardi la sola traslazione e che non ci sia quindi rotazione.

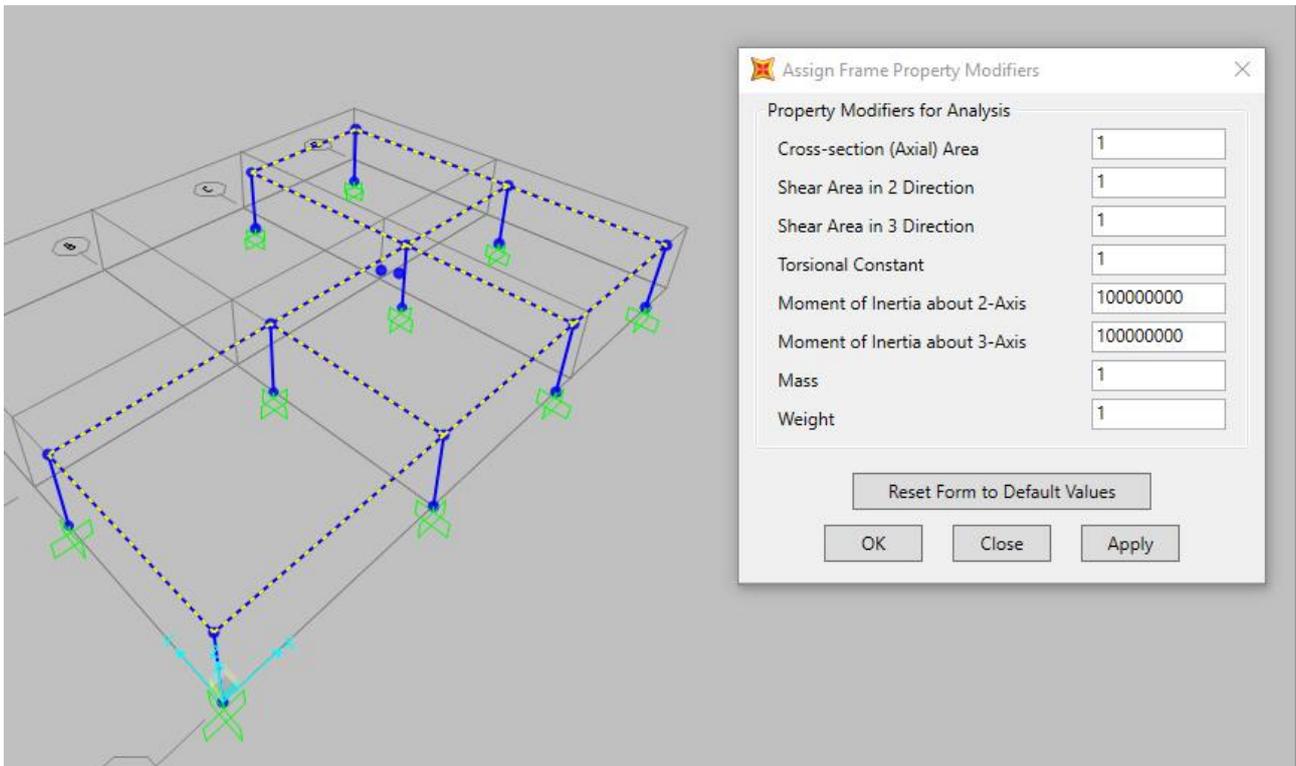
Ridisegniamo la struttura avendo l'accortezza di assegnare la giusta sezione a seconda dell'orientamento verticale o orizzontale dei pilastri. Disegniamo inoltre il centro di massa e il centro delle rigidezze.



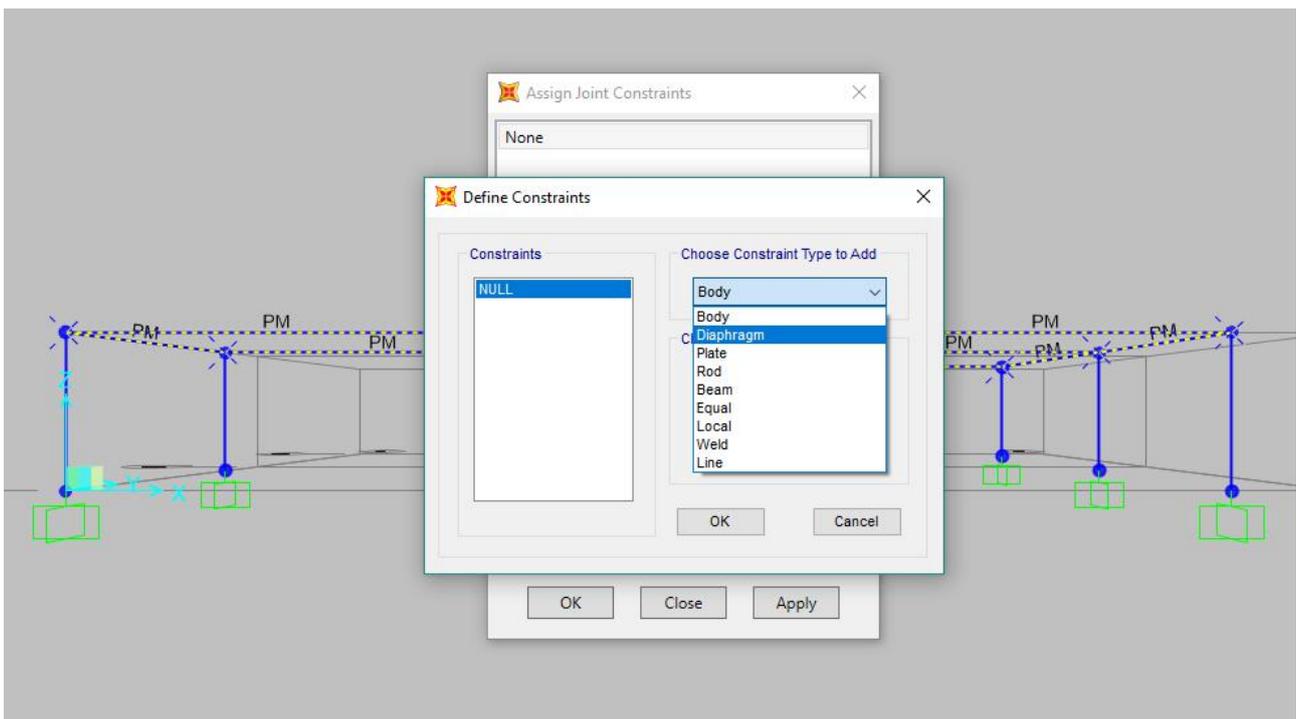
Applichiamo i vincoli incastro nei nodi a terra.



Per meglio approssimare il comportamento dello shear-type oltre ad aver assegnato una sezione alta alle travi (90x30 cm), andiamo ad aumentare la loro rigidezza:



Assegniamo a tutti i nodi dell'impalcato, inclusi i due centri, un **Diaphragm Constraint**, in modo che la struttura si comporti come un unico oggetto.



Applichiamo la forza sismica orizzontale al centro delle rigidezze lungo gli assi (in questo caso X) e facciamo partire l'analisi.

