

Esercitazione 2

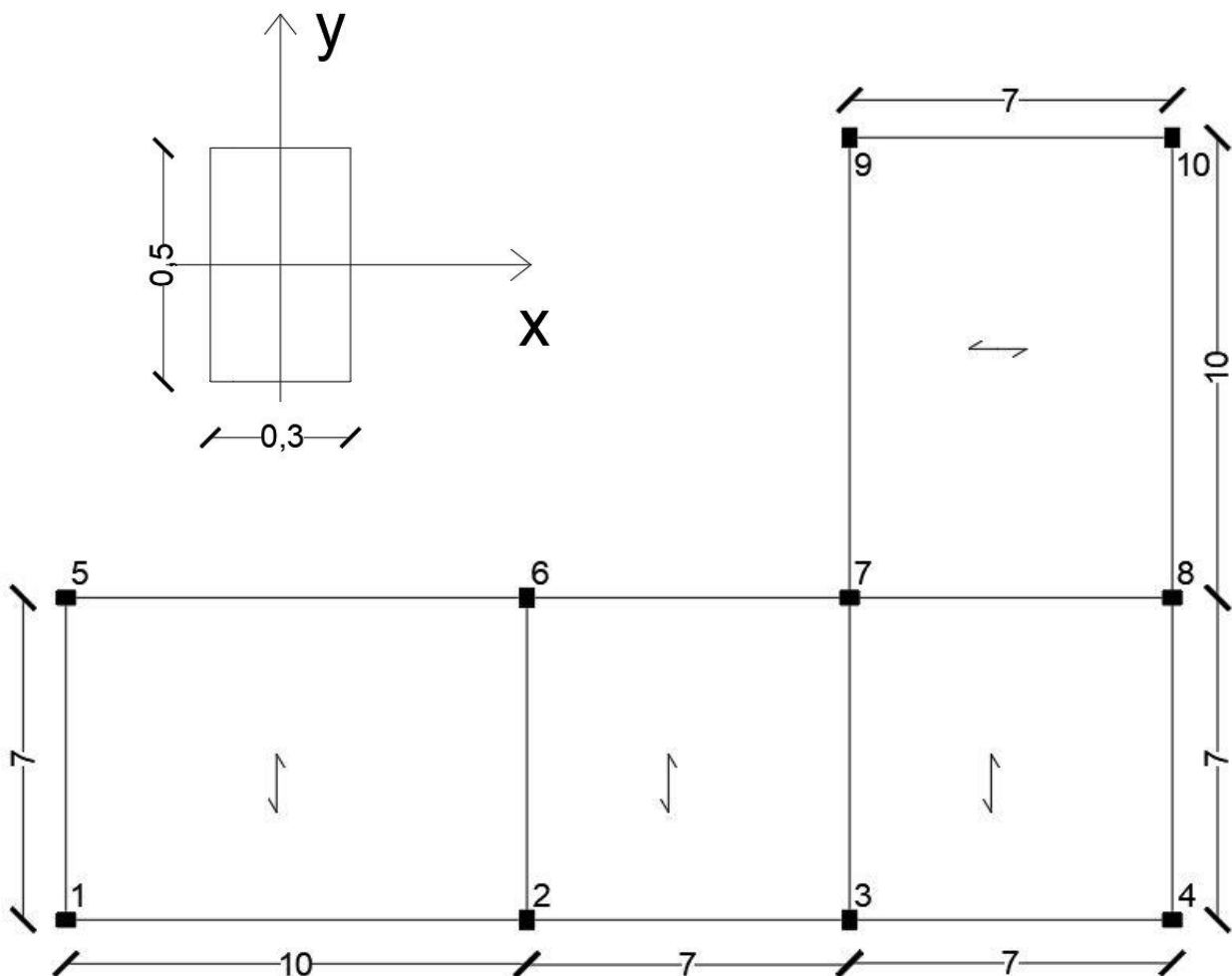
Ripartizione di una forza orizzontale – Metodo delle rigidzze

Alessandro Mirante

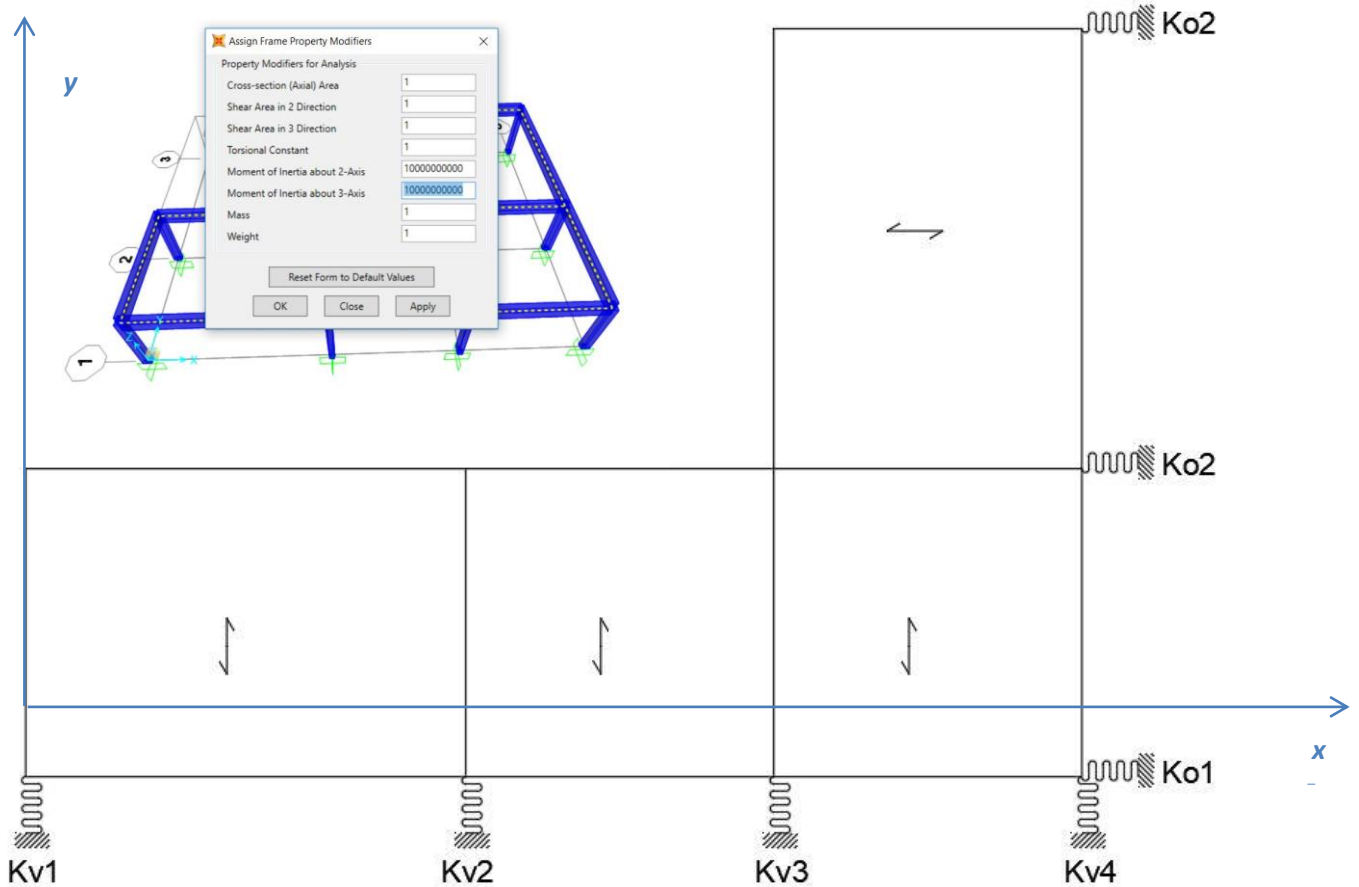
L'obiettivo di questa esercitazione è quello di calcolare come viene ripartita una forza orizzontale (ad esempio la forza sismica o del vento) applicando il metodo delle rigidzze sui vari telai che compongono una struttura.

Esercizio 1 – Struttura in c.a. del tipo Shear Type

Si è preso in esame un impalcato semplice in c.a. del tipo Shear Type, ossia avente tutti nodi ad incastro e le travi considerate infinitamente rigide flessionalmente rispetto ai pilastri. La sezione dei pilastri $0.5 \times 0.3 \text{ m}$ è stata orientata lungo il telaio cercando di ottenere l'inerzia maggiore contro le forze esterne orizzontali.



Disegnata la struttura e stabilita un'origine (0,0) nel piano xy, sono stati individuati i telai. I pilastri svolgono qui anche il ruolo di controventi reagendo alle forze orizzontali. Questi controventi, per il solaio rappresentano vincoli cedevoli elasticamente e possono essere schematizzati con una molla. Per avvicinarci al modello Shear Type su Sap sono state aumentate di molto le inerzie delle travi.



Successivamente nelle tabelle excell viene calcolata la rigidezza traslante associata ai controventi, poiché la tecnologia è Shear Type la rigidezza risulta:

$$F = \left(\frac{12EI_1}{h^3} + \frac{12EI_2}{h^3} \right) \delta \quad k = \frac{12EI_1}{h^3} + \frac{12EI_2}{h^3}$$

$$F = k \cdot \delta$$

Telaio 1v	1-5	pilastri che individuano il telaio
E (N/mm ²)	21000,00	modulo di Young
H (m)	4,00	altezza dei pilastri
I_1 (cm ⁴)	112500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T (KN/m)	8859,38	rigidezza traslante telaio 1
Telaio 2v	2-6	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	312500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	312500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	24609,38	rigidezza traslante telaio 2
Telaio 3v	3-7-9	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	312500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	312500,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	29039,06	rigidezza traslante telaio 3
Telaio 4v	4-8-10	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	112500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	312500,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	21164,06	rigidezza traslante telaio 4

Telaio 1o	1-2-3-4	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	312500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	112500,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	312500,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	33468,75	rigidezza traslante telaio 5

Telaio 2o	5-6-7-8	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	312500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	312500,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	312500,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	41343,75	rigidezza traslante telaio 6

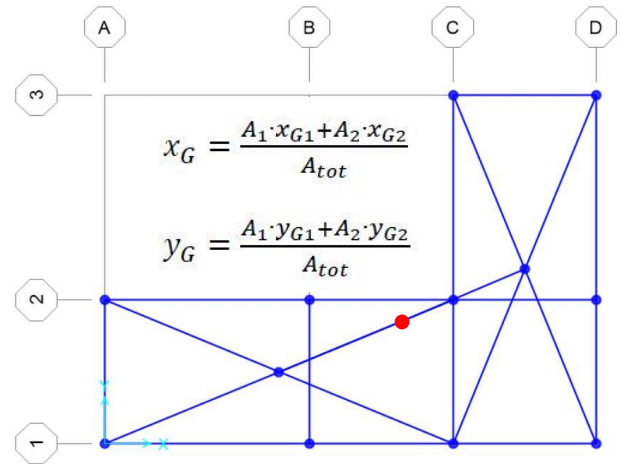
Telaio 3o	9-10	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	112500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	8859,38	rigidezza traslante telaio 7

Tramite un'altra tabella excell vengono riportate le rigidezze di tutti i controventi, orizzontali e verticali, e le distanze dei diversi controventi dal punto (0,0).

Considerata la densità di massa uniforme su tutto l'impalcato è stato calcolato il centro di massa (coincidente in questo caso con il centro d'area) suddividendo l'impalcato in due geometrie elementari uguali tra loro. Il centro di massa è nel punto medio della retta congiungente i due centri di massa.

Step 3: calcolo del centro di massa		
area_1 (mq)	119,00	misura dell'area superficie 1 area 1 (misura)
x_G1 (m)	8,50	coordinata X centro area 1
y_G1	3,50	coordinata Y centro area 1
area_2	119,00	misura dell'area superficie 2
x_G2	20,50	coordinata X centro area 2
y_G2	8,50	coordinata Y centro area 2
Area tot (mq)	238,00	Area totale impalcato
X_G	14,50	coordinata X centro d'area impalcato (centro massa)
Y_G	6,00	coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa)

Step 2: tabella sinottica controventi e distanze		
Kv1 (KN/m)	8859,38	rigidezza traslante contr. vert. 1
Kv2	24609,38	rigidezza traslante contr. vert. 2
Kv3	29039,06	rigidezza traslante contr. vert. 3
Kv4	21164,06	rigidezza traslante contr. vert. 4
dv2 (m)	10,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
dv3	17,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
dv4	24,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
Ko1 (KN/m)	33468,75	rigidezza traslante contr. orizz. 1
Ko2	41343,75	rigidezza traslante contr. orizz. 2
Ko3	8859,38	rigidezza traslante contr. orizz. 3
do2	7,00	distanza verticale controvento punto O
do3	17,00	distanza verticale controvento punto O



Avendo le rigidezze totali sia verticali che orizzontali (come somma delle rigidezze dei singoli telai) si calcola il centro di rigidezza e la rigidezza torsionale totale:

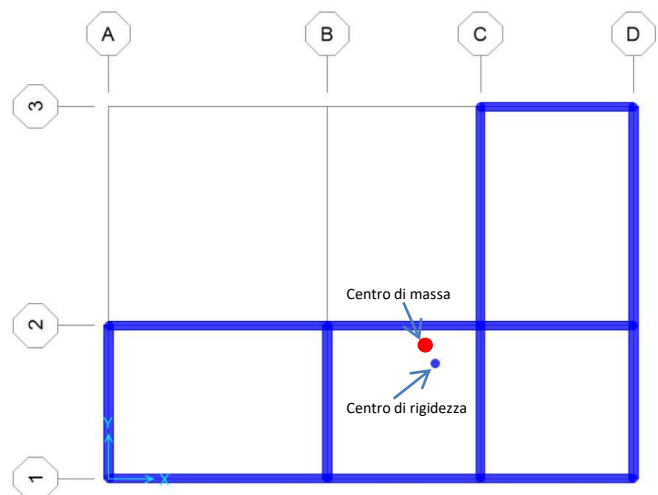
$$x_C = \frac{k_{v1} \cdot d_{v1} + k_{v2} \cdot d_{v2} + k_{v3} \cdot d_{v3} + k_{v4} \cdot d_{v4}}{k_{v_tot}}$$

$$y_C = \frac{k_{o1} \cdot d_{o1} + k_{o2} \cdot d_{o2} + k_{o3} \cdot d_{o3}}{k_{o_tot}}$$

Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali		
Ko tot	83671,88	rigidezza totale orizzontale
Kv tot	83671,88	rigidezza totale verticale
X_C (m)	14,91	coordinata X centro rigidezze
Y_C	5,26	coordinata Y centro rigidezze
dd_v1	-14,91	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-4,91	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	2,09	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	9,09	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-5,26	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	1,74	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	11,74	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	6710626,24	rigidezza torsionale totale

Si posizionano quindi nel modello Sap i centri di rigidezza e di massa appena calcolati.

Questa operazione ci permette di verificare se l'impalcato subisce una traslazione (nel caso in cui la retta d'azione della forza passi per il centro delle rigidezze) o una rotazione (applicando l'operazione diaphragm per far ruotare l'intero impalcato in modo uniforme intorno al centro di rigidezza) .



Si effettua l'analisi dei carichi sismici per ricavare la forza sismica che agisce nel centro di massa in accordo con le NTC del 2008. Si calcola il carico totale G permanente e Q accidentale sommando i carichi degli elementi per unità di superficie ed utilizzando la combinazione sismica in cui è presente Ψ (coefficiente di contemporaneità) che dipende dagli utilizzi della struttura.

$$G = (q_s + q_p) A_{tot} \quad W = G + \psi_{2j} \cdot Q$$

$$Q = q_a \cdot A_{tot}$$

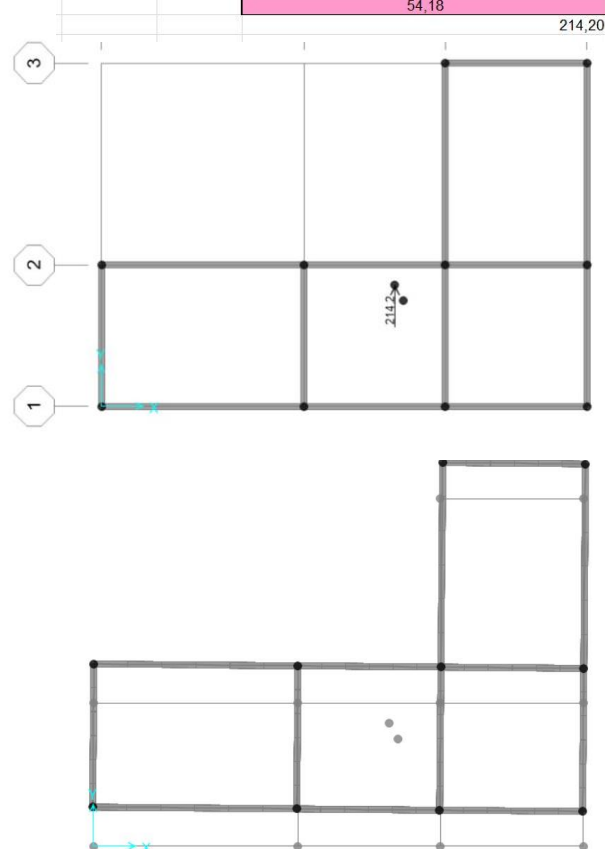
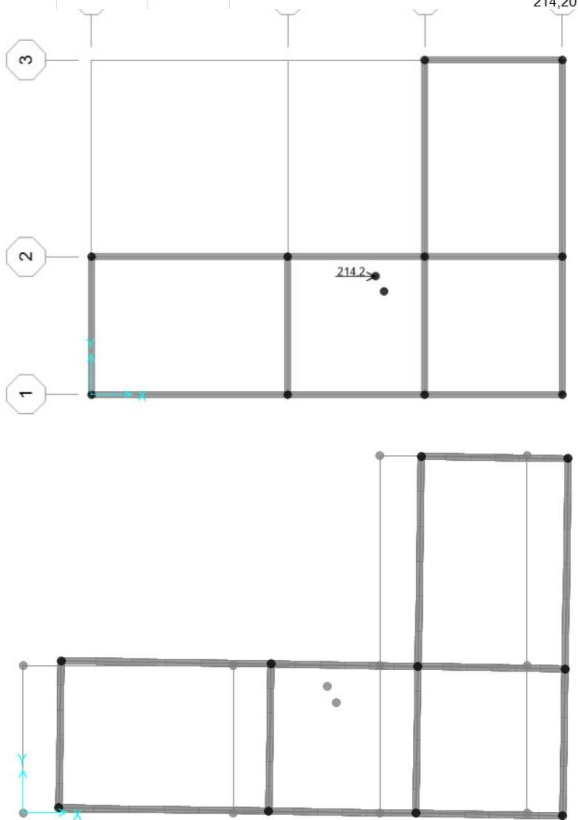
Nel calcolo della forza sismica viene introdotto un coefficiente di intensità sismica c che tiene conto della sismicità del luogo. $F = W \cdot c$

Step 5: analisi dei carichi sismici		
q_s (KN/mq)	2,50	carico permanente di natura strutturale
q_p	2,50	sovraccarico permanente
q_a	5,00	sovraccarico accidentale
G (KN)	1190,00	carico totale permanente
Q (KN)	1190,00	carico totale accidentale
ψ	0,80	coefficiente di contemporaneità
W (KN)	2142,00	Pesi sismici
c	0,10	coefficiente di intensità sismica
F (KN)	214,20	Forza sismica orizzontale

Successivamente si determinano le ripartizioni sismiche sui controventi e gli effetti cinematici (traslazione e rotazione rigida).

Step 6: ripartizione forza sismica lungo X		
M (KN*m)	-158,76	momento torcente (positivo se antiorario)
u_o (m)	0,003	traslazione orizzontale
φ	-0,00002	rotazione impalcato (positiva se antioraria)
Fv1 (KN)	3,13	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	2,86	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	-1,43	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	-4,55	Forza sul controvento verticale 4
Fo1	89,84	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	104,14	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	20,22	Forza sul controvento orizzontale 3
	214,20	
		85,68
		105,84
		22,68

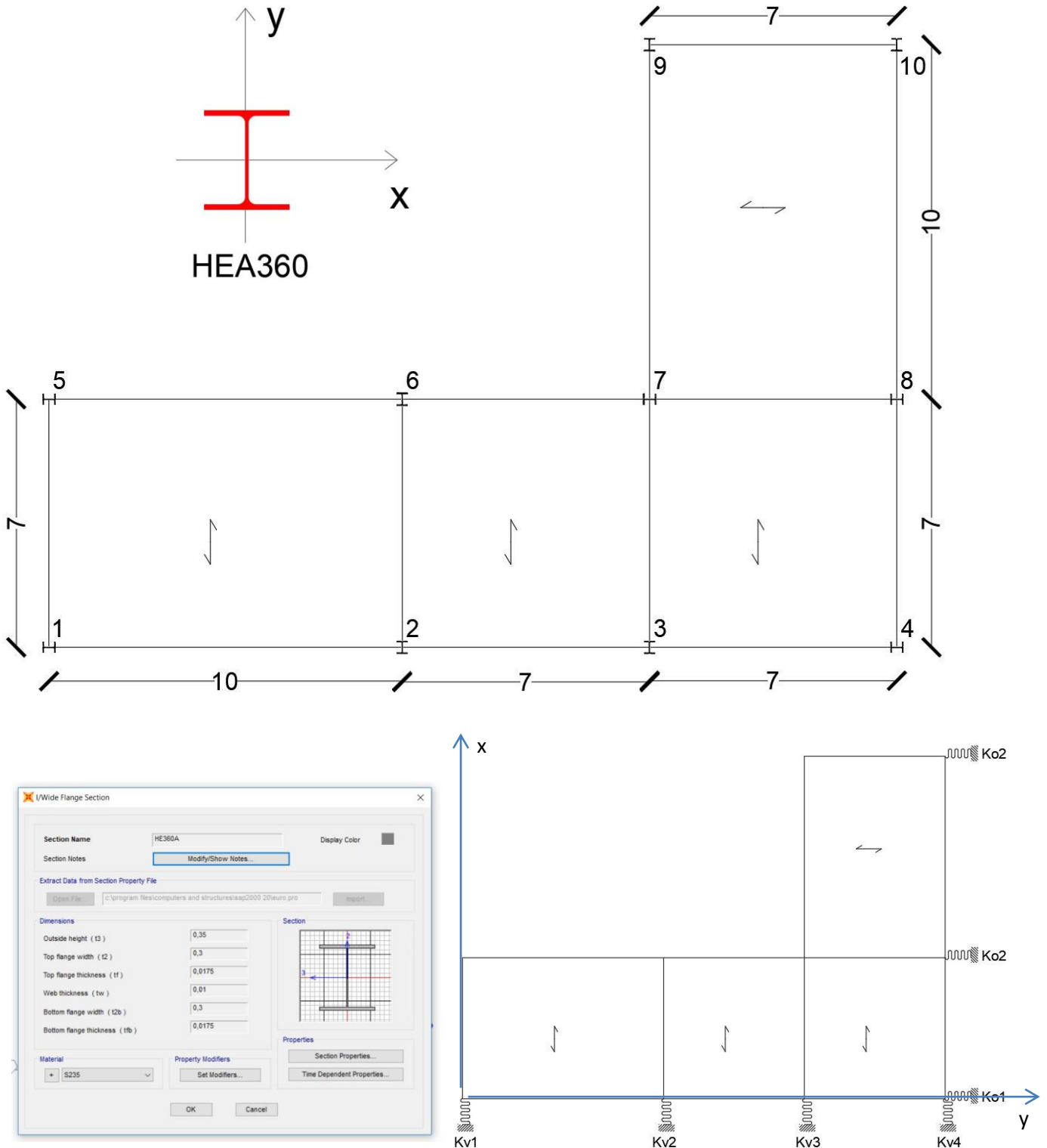
Step 7: ripartizione forza sismica lungo Y		
M (KN*M)	-88,20	momento torcente
v_o (KN)	0,003	traslazione verticale
φ	-0,00001	rotazione impalcato
Fv1 (KN)	24,42	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	64,59	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	73,54	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	51,65	Forza sul controvento verticale 4
Fo1	2,31	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	-0,95	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	-1,37	Forza sul controvento orizzontale 3
	214,20	
		22,68
		63,00
		74,34
		54,18



Entrambe le analisi su Sap hanno dato come esito una traslazione composta con una rotazione, frutto dell'incongruenza tra il centro di massa ed il centro di rigidezza.

Esercizio 2- Struttura in acciaio

Nel secondo esercizio si è considerata una struttura in acciaio avente le travi con rigidezza flessionale finita (non shear type). Inoltre è stata posta l'attenzione sull'orientamento in pianta dei pilastri in modo da ottenere l'inerzia maggiore contro le forze esterne orizzontali.



Come nell'esercizio precedente, è stata stabilita un'origine (0,0) nel piano xy e sono stati individuati i telai.

Successivamente nelle tabelle excell viene calcolata la rigidezza traslante associata ai controventi, i procedimenti da applicare sono gli stessi dell'esercizio 1, a parte il fatto che la tecnologia non è Shear Type e quindi la rigidezza di ogni singola asta risulta essere :

$$k = \frac{3EI}{l^3}$$

Telaio 1v	1-5	pilastri che individuano il telaio
E (N/mm ²)	210000,00	modulo di Young
H (m)	4,00	altezza dei pilastri
I_1 (cm ⁴)	7887,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T (KN/m)	1552,75	rigidezza traslante telaio 1
Telaio 2v	2-6	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	33090,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	33090,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	6514,59	rigidezza traslante telaio 2
Telaio 3v	3-7-9	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	33090,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	33090,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	7290,97	rigidezza traslante telaio 3
Telaio 4v	4-8-10	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	7887,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	33090,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	4810,05	rigidezza traslante telaio 4

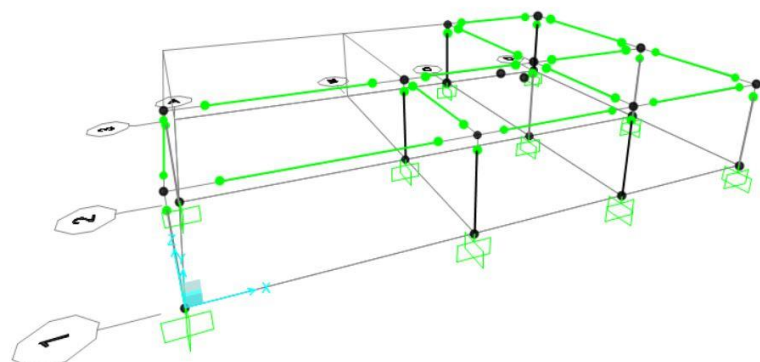
Telaio 1o	1-2-3-4	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	33090,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	33090,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	7887,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	8067,35	rigidezza traslante telaio 5
Telaio 2o	5-6-7-8	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	33090,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	33090,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	33090,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	10548,27	rigidezza traslante telaio 6
Telaio 3o	9-10	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	7887,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	1552,75	rigidezza traslante telaio 7

In modo analogo vengono effettuati i calcoli per determinare il centro di massa e di rigidezza dell'impalcato:

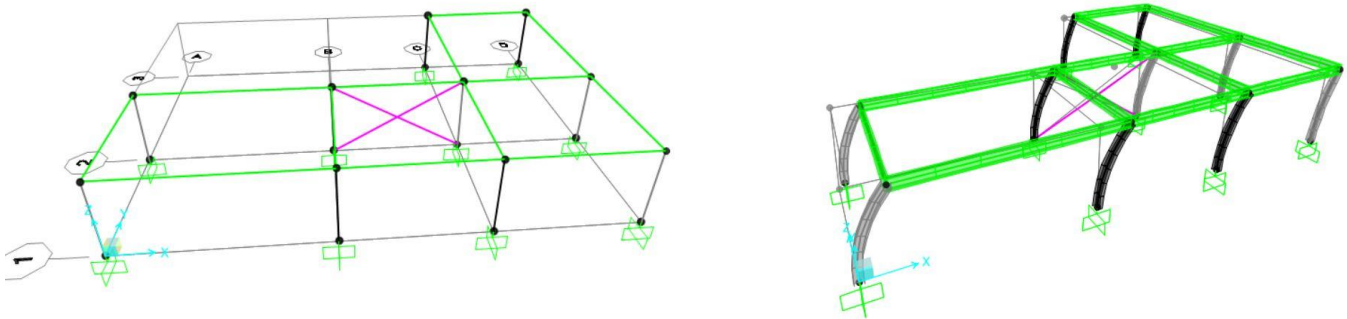
Step 3: calcolo del centro di massa		
area_1 (mq)	119,00	misura dell'area superficie 1 area 1 (misura)
x_G1 (m)	8,50	coordinata X centro area 1
y_G1	3,50	coordinata Y centro area 1
area_2	119,00	misura dell'area superficie 2
x_G2	20,50	coordinata X centro area 2
y_G2	8,50	coordinata Y centro area 2
Area tot (mq)	238,00	Area totale impalcato
X_G	14,50	coordinata X centro d'area impalcato (centro massa)
Y_G	6,00	coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa)

Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali		
Ko_tot	20168,37	rigidezze totale orizzontale
Kv_tot	20168,37	rigidezze totale verticale
X_C (m)	15,10	coordinata X centro rigidezze
Y_C	4,97	coordinata Y centro rigidezze
dd_v1	-15,10	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-5,10	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	1,90	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	8,90	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-4,97	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	2,03	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	12,03	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	1398267,20	rigidezze torsionale totale

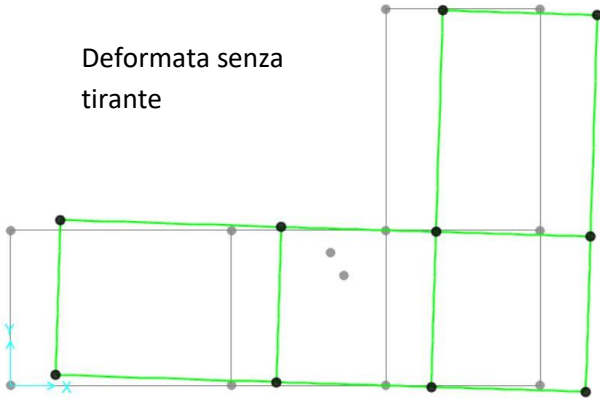
Sono state applicate su Sap le cerniere interne, per evitare il nodo rigido nella struttura in acciaio.



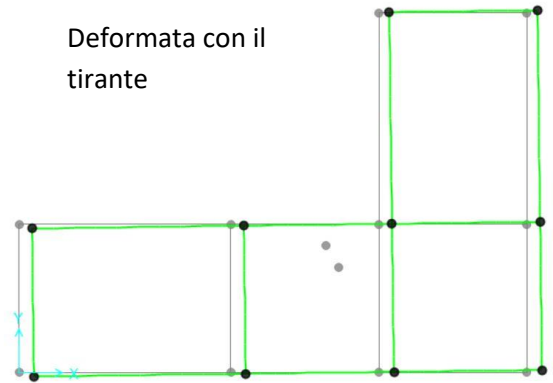
Sono state applicate le stesse forze sismiche dell'esercizio 1 e si è voluto capire il diverso comportamento della struttura in caso dell'inserimento di una croce di Sant'Andrea in una campata, in particolare si è analizzato il comportamento alla forza applicata lungo l'asse x (in cui i tiranti si attivano).



Deformata senza tirante



Deformata con il tirante



Come si può notare l'inserimento del tirante riduce di molto lo spostamento dell'impalcato, la rotazione pressochè nulla nel caso della croce fa comprendere come il centro delle rigidezze si sia avvicinato al centro di massa rispetto al caso senza croce. La tabella sottostante mette in evidenza le differenze cinematiche tra gli spostamenti dei punti nei due casi lungo l'asse x (u).

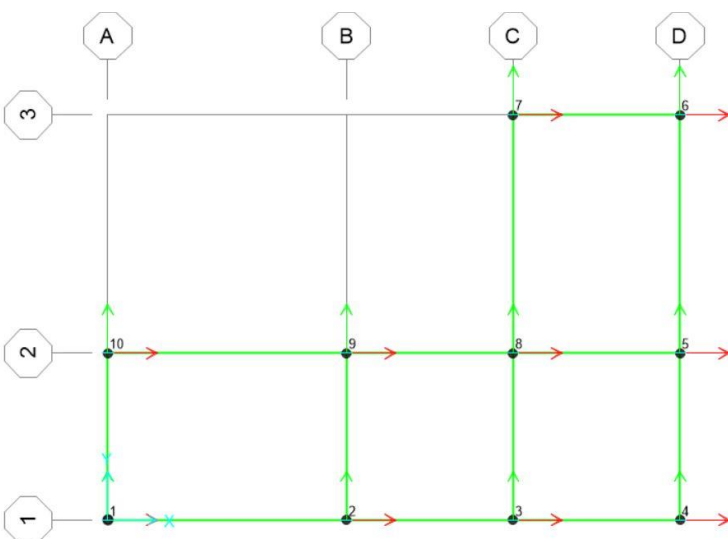


Tabella di confronto degli spostamenti con inserimento del controvento							
Joint	Forza	CaseType	U1	U1 croce	ΔU	R3	R3 croce
Text	N	Text	mm	mm	mm	Radians	Radians
1	214,2	LinStatic	3,554	10,235	-6,681	0,000065	-0,00016
2	214,2	LinStatic	3,554	10,235	-6,681	0,000065	-0,00016
3	214,2	LinStatic	3,554	10,235	-6,681	0,000065	-0,00016
4	214,2	LinStatic	3,554	10,235	-6,681	0,000065	-0,00016
5	214,2	LinStatic	3,101	11,338	-8,237	0,000065	-0,00016
6	214,2	LinStatic	2,454	12,913	-10,459	0,000065	-0,00016
7	214,2	LinStatic	2,454	12,913	-10,459	0,000065	-0,00016
8	214,2	LinStatic	3,101	11,338	-8,237	0,000065	-0,00016
9	214,2	LinStatic	3,101	11,338	-8,237	0,000065	-0,00016
10	214,2	LinStatic	3,101	11,338	-8,237	0,000065	-0,00016

