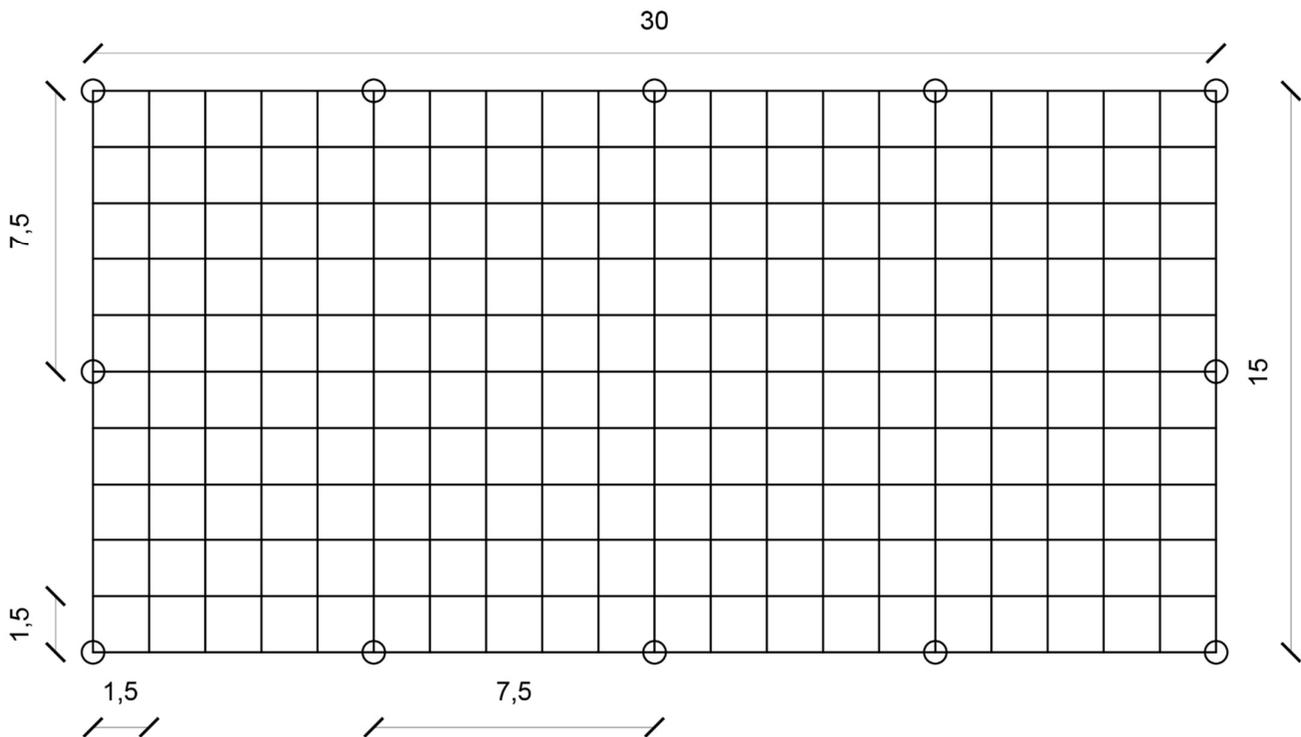


Giulio Solito, Lorenzo Pinti, Riccardo Massi, Ni Tianqui

# III esercitazione

Dimensionamento e verifica di un traliccio di travi in calcestruzzo armato

## Descrizione della struttura



Altezza pilastri = 4 m

Si considera il carico di 3 livelli incluso l'impalcato sorretto del graticcio (4 piani), e su ciascuno di essi un carico distribuito di  $10 \text{ kN/m}^2$  come emerso dall'analisi dei carichi svolta nella prima esercitazione.

Carico distribuito considerando tutti i livelli =  $4 * 10 \text{ kN/m}^2 = 40 \text{ kN/m}^2$

Area di influenza nodi centrali =  $1,5 * 1,5 \text{ m}^2 = 2,25 \text{ m}^2$

Area di influenza nodi laterali =  $1,5 * 0,75 \text{ m}^2 = 1,125 \text{ m}^2$

Area di influenza nodi angolari =  $0,75 * 0,75 \text{ m}^2 = 0,5625 \text{ m}^2$

Carico concentrato su nodi centrali =  $2,25 \text{ m}^2 * 40 \text{ kN/m}^2 = 90 \text{ kN}$

Carico concentrato su nodi laterali =  $1,125 \text{ m}^2 * 40 \text{ kN/m}^2 = 45 \text{ kN}$

Carico concentrato su nodi angolari =  $0,5625 \text{ m}^2 * 40 \text{ kN/m}^2 = 22,5 \text{ kN}$

# I dimensionamento

## Dimensionamento trave interna al traliccio

Dimensiono utilizzando la massima sollecitazione a flessione e sforzo normale riscontrati (GRA-31).

$$M_{max} = 3125,87 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad N = 1144,65 \text{ kN}$$

$$\sigma_{cd} = \frac{\sigma_{ck}}{\gamma_m} \cdot \alpha\alpha = \frac{50 \text{ MPa}}{1,5} \cdot 0,85 = 28,3 \text{ MPa}$$

$$b_{min} = \frac{l_0}{\sqrt{\frac{\pi \cdot E}{\sigma_{cd}}}} \cdot \sqrt{12} = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ mm} \cdot 1}{\sqrt{\frac{\pi \cdot 21000 \text{ MPa}}{28,3 \text{ MPa}}}} \cdot \sqrt{12} = 107,67 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{\sigma_{cd}}{\sigma_{cd} + \frac{\sigma_{yd}}{15}} = 0,5 \quad r = \sqrt{\frac{2}{\sigma_{cd} \cdot \beta \cdot \left(1 - \frac{\beta}{3}\right)}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}}$$

$$h_u = r \sqrt{\frac{M_{max}}{b}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{3125,87 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{500 \text{ mm}}} = 1025,14 \text{ mm}$$

$$A_{min} = \frac{N}{\sigma_{cd}} = \frac{1144,65 \cdot 10^3 \text{ N}}{28,3 \text{ MPa}} = 404,04 \text{ cm}^2 < 5500 \text{ cm}^2 = A = b \cdot h$$

Sezione trave traliccio  $1,1 \times 0,5 \text{ m}$

Dal momento che tutte le travi costituenti il traliccio avranno le stesse dimensioni, verifico che la torsione massima riscontrata (GRA-326) non generi tensioni in grado di mettere in crisi la sezione scelta.

$$M_t = 136,05 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\tau_{c1} = 1,4 + \frac{\sigma_{ck} - 3,5}{14} = 4,72 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max} = \psi \cdot \frac{M_t}{b \cdot a^2} = \left(3 + 1,8 \cdot \frac{500 \text{ mm}}{1100 \text{ mm}}\right) \cdot \frac{136,05 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{1100 \text{ mm} \cdot (500 \text{ mm})^2} = 1,89 \text{ MPa} < \tau_{c1}$$

## Dimensionamento trave di bordo

Dimensiono la trave di bordo tenendo conto della massima torsione riscontrata (BOR-15) e limito la scelta alle sole sezioni quadrate per ottimizzare il più possibile la resistenza a torsione.

$$M_t = 277,74 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L = \sqrt[3]{\frac{\psi \cdot M_t}{\tau_{c1}}} = \sqrt[3]{\frac{(3 + 1,8) \cdot 277,74 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{4,72 \text{ MPa}}} = 656,11 \text{ mm}$$

*Sezione trave di bordo*  $0,68 \times 0,68 \text{ m}$

Verifico che le dimensioni individuate sfruttando il dato emerso riguardo la torsione, siano in grado di supportare anche le massime sollecitazioni a flessione e sforzo normale riscontrate nella trave di bordo (BOR-5 e BOR-9).

$$M_{max} = 594,35 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad N = 149,84 \text{ kN}$$

$$e = \frac{M_{max}}{N} = \frac{594,35 \text{ kN} \cdot \text{m}}{149,84 \text{ kN}} = 3,97 \text{ m} > 0,325 \text{ m} = \frac{L}{2}$$

$$h_u = r \sqrt{\frac{M_{max}}{b}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{594,35 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{680 \text{ mm}}} = 383,31 \text{ mm} < 680 \text{ mm}$$

$$A_{min} = \frac{N}{\sigma_{cd}} = \frac{149,84 \cdot 10^3 \text{ N}}{28,3 \text{ MPa}} = 52,94 \text{ cm}^2 < 4624 \text{ cm}^2 = A = L^2$$

Dal momento che la sezione della trave di bordo così dimensionata presenta entrambe le dimensioni inferiori all'altezza della trave interna al graticcio dimensionata precedentemente, non vi sono le condizioni adeguate a collegare i due elementi. Si procede quindi dimensionando nuovamente la trave di bordo ma fissando una delle sue dimensioni pari all'altezza dimensionata per la trave interna al graticcio.

## Ridimensionamento trave di bordo

Dimensiono la trave di bordo tenendo conto della massima torsione riscontrata (BOR-15) e limito la scelta alle sole sezioni rettangolari con lato maggiore pari a 1,1 m al fine di ottenere una trave alta quanto quelle interne al graticcio.

$$M_t = 277,74 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\tau_{c1} = \psi \cdot \frac{M_t}{b \cdot a^2} \rightarrow \left(3 + 1,8 \cdot \frac{a}{1100 \text{ mm}}\right) \cdot \frac{277,74 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{1100 \text{ mm} \cdot a^2} = 4,72 \text{ MPa}$$

$$a = 446,75 \text{ mm}$$

*Sezione trave di bordo* 1,1 × 0,5 m

Verifico che le dimensioni individuate sfruttando il dato emerso riguardo la torsione, siano in grado di supportare anche le massime sollecitazioni a flessione e sforzo normale riscontrate nella trave di bordo (BOR-5 e BOR-9).

$$M_{max} = 594,35 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad N = 149,84 \text{ kN}$$

$$e = \frac{M_{max}}{N} = \frac{594,35 \text{ kN} \cdot \text{m}}{149,84 \text{ kN}} = 3,97 \text{ m} > 0,55 \text{ m} = \frac{h}{2}$$

$$h_u = r \sqrt{\frac{M_{max}}{b}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{594,35 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{500 \text{ mm}}} = 447,01 \text{ mm} < 1100 \text{ mm}$$

$$A_{min} = \frac{N}{\sigma_{cd}} = \frac{149,84 \cdot 10^3 \text{ N}}{28,3 \text{ MPa}} = 52,94 \text{ cm}^2 < 5500 \text{ cm}^2 = A = b \cdot h$$

# Dimensionamento pilastri

Dimensiono utilizzando la massima sollecitazione a flessione e sforzo normale riscontrati (PIL-3).

$$M_{max} = 3653,74 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad N = 2857,25 \text{ kN}$$

$$\sigma_{cd} = \frac{\sigma_{ck}}{\gamma_m} \cdot \alpha\alpha = \frac{50 \text{ MPa}}{1,5} \cdot 0,85 = 28,3 \text{ MPa}$$

$$b_{min} = \frac{l_0}{\sqrt{\frac{\pi \cdot E}{\sigma_{cd}}}} \cdot \sqrt{12} = \frac{4 \cdot 10^3 \text{ mm} \cdot 1}{\sqrt{\frac{\pi \cdot 21000 \text{ MPa}}{28,3 \text{ MPa}}}} \cdot \sqrt{12} = 286,99 \text{ mm} \rightarrow 50 \text{ cm (larghezza trave del graticcio)}$$

$$\beta = \frac{\sigma_{cd}}{\sigma_{cd} + \frac{\sigma_{yd}}{15}} = 0,5 \quad r = \sqrt{\frac{2}{\sigma_{cd} \cdot \beta \cdot \left(1 - \frac{\beta}{3}\right)}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}}$$

$$h_u = r \sqrt{\frac{M_{max}}{b}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{3653,74 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{500 \text{ mm}}} = 1108,32 \text{ mm}$$

$$A_{min} = \frac{N}{\sigma_{cd}} = \frac{2857,25 \cdot 10^3 \text{ N}}{28,3 \text{ MPa}} = 1008,47 \text{ cm}^2 < 5750 \text{ cm}^2 = A = b \cdot h$$

Sezione pilastro  $1,15 \times 0,5 \text{ m}$

Lo sforzo di torsione in questo caso sarà trascurato in quanto il più alto valore riscontrato nei pilastri è comunque molto basso ( $0,77 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , PIL-8) se confrontato con quello agente su altri elementi. Pertanto, si considererà la sezione in grado di resistere ai momenti torcenti riscontrati, in quanto di dimensioni leggermente più grandi di quelle precedentemente dimensionate a partire da condizioni più gravose.

## Dimensionamento pilastri d'angolo

Per quanto riguarda i pilastri d'angolo si procede a verificare che la sezione 50 x 50 cm, emersa per congruenza con gli elementi strutturali già dimensionati sia in grado di resistere alle sollecitazioni emerse dall'analisi effettuata.

$$M_2 = 340,02 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_3 = 359,84 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad N = 424,31 \text{ kN}$$

$$A_{min} = \frac{N}{\sigma_{cd}} = \frac{424,31 \cdot 10^3 \text{ N}}{28,3 \text{ MPa}} = 149,77 \text{ cm}^2 < 2500 \text{ cm}^2 = A = l^2$$

$$b_{min} = \frac{l_0}{\sqrt{\frac{\pi \cdot E}{\sigma_{cd}}}} \cdot \sqrt{12} = \frac{4 \cdot 10^3 \text{ mm} \cdot 1}{\sqrt{\frac{\pi \cdot 21000 \text{ MPa}}{28,3 \text{ MPa}}}} \cdot \sqrt{12} = 286,99 \text{ mm} < 50 \text{ cm}$$

$$e = \frac{M_{max}}{N} = \frac{359,84 \text{ kN} \cdot \text{m}}{424,31 \text{ kN}} = 0,85 \text{ m} > 0,25 \text{ m} = \frac{h}{2}$$

$$h_u = r \sqrt{\frac{M_{max}}{b}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{359,84 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{500 \text{ mm}}} = 347,82 \text{ mm} < 500 \text{ mm}$$

# Sostituzione delle sezioni dimensionate, verifiche di resistenza

## Verifica trave interna al graticcio

$$GRA - 31 \rightarrow M_{max} = 3455,64 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad N = -1120,87 \text{ kN}$$

$$e = \frac{M_{max}}{N} = \frac{3455,64 \text{ kN} \cdot \text{m}}{1120,87 \text{ kN}} = 3,08 \text{ m} > 0,55 \text{ m} = \frac{h}{2}$$

$$h_u = r \sqrt{\frac{M_{max}}{b}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{3455,64 * 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{500 \text{ mm}}} = 1077,86 \text{ mm} < 1100 \text{ mm}$$

$$A_{min} = \frac{N}{\sigma_{cd}} = \frac{1120,87 * 10^3 \text{ N}}{28,3 \text{ MPa}} = 395,65 \text{ cm}^2 < 5500 \text{ cm}^2 = A = b * h$$

$$GRA - 314 \rightarrow M_t = 194,74 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\tau_{max} = \psi * \frac{M_t}{b * a^2} = \left(3 + 1,8 * \frac{500 \text{ mm}}{1100 \text{ mm}}\right) * \frac{194,74 * 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{1100 \text{ mm} * (500 \text{ mm})^2} = 2,70 \text{ MPa} < \tau_{c1}$$

## Verifica e II dimensionamento trave di bordo

$$BOR - 46 \rightarrow M_t = 375,63 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\tau_{max} = \psi * \frac{M_t}{b * a^2} = \left(3 + 1,8 * \frac{500 \text{ mm}}{1100 \text{ mm}}\right) * \frac{375,63 * 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{1100 \text{ mm} * (500 \text{ mm})^2} = 5,20 \text{ MPa} > \tau_{c1}$$

$$\tau_{c1} = \psi * \frac{M_t}{b * a^2} \rightarrow \left(3 + 1,8 * \frac{a}{1100 \text{ mm}}\right) * \frac{375,63 * 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{1100 \text{ mm} * a^2} = 4,72 \text{ MPa}$$

$$a = 528,82 \text{ mm}$$

Sezione trave di bordo  $1,1 \times 0,55 \text{ m}$

## Verifica e II dimensionamento pilastri

$$PIL - 3 \rightarrow M_{max} = 4155,55 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad N = -3560,28 \text{ kN}$$

$$A_{min} = \frac{N}{\sigma_{cd}} = \frac{3560,28 * 10^3 \text{ N}}{28,3 \text{ MPa}} = 1256,71 \text{ cm}^2 < 5750 \text{ cm}^2 = A = b * h$$

$$e = \frac{M_{max}}{N} = \frac{4155,55 \text{ kN} \cdot \text{m}}{3560,28 \text{ kN}} = 1,16 \text{ m} > 0,575 \text{ m} = \frac{h}{2}$$

$$h_u = r \sqrt{\frac{M_{max}}{b}} = 0,41 \text{ MPa}^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{4155,55 * 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{500 \text{ mm}}} = 1181,99 \text{ mm} > 1150 \text{ mm}$$

Sezione pilastri  $1,2 \times 0,5 \text{ m}$

## Verifica pilastri d'angolo

$$M_2 = 106,27 \text{ kN} * m \quad M_3 = 114,75 \text{ kN} * m \quad N = -531,40 \text{ kN}$$

$$A_{min} = \frac{N}{\sigma_{cd}} = \frac{531,40 * 10^3 \text{ N}}{28,3 \text{ MPa}} = 187,58 \text{ cm}^2 < 2500 \text{ cm}^2 = A = l^2$$

Dal momento che con l'introduzione delle nuove sezioni dimensionate ad hoc la rigidità flessionale e torsionale delle travi è aumentata, i momenti che gravano sui pilastri d'angolo sono diminuiti, Pertanto, si considera verificata a flessione la sezione scelta precedentemente.

## Conclusioni

In seguito ad ulteriori verifiche, non riportate per brevità, si è riscontrato che ad un aumento delle sezioni di pilastri e trave di bordo corrisponda un aumento delle sollecitazioni riscontrate e che questo fenomeno si ripeta più volte consecutivamente invalidando la verifica. Sarebbe quindi opportuno ripetere il processo di dimensionamento e verifica fino alla constatazione che tutte le sezioni scelte siano in grado di reggere le sollecitazioni; tuttavia, per questioni di tempo per noi è impossibile proseguire in questo iter.

Dunque, per quanto ci è stato possibile verificare, riteniamo gli elementi così proporzionati non in grado di adempiere al loro ruolo strutturale.