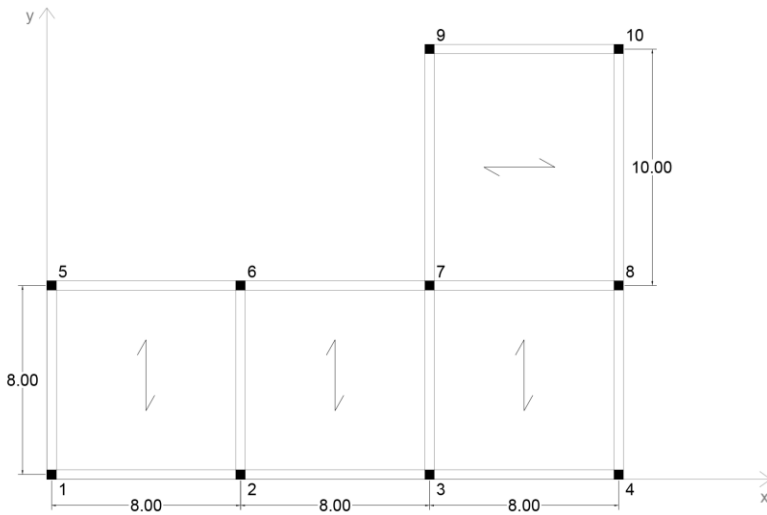


## ESERCITAZIONE 2 – Centro delle rigidezze e ripartizione delle forze sismiche

L'obiettivo della quinta esercitazione è quello di calcolare come viene ripartita una forza orizzontale, come ad esempio quella sismica o quella del vento, sui diversi telai che compongono una struttura, applicando il metodo delle rigidezze.

Prendiamo in considerazione una struttura di un edificio ad un solo piano, con pianta ad L e solaio rigido nel suo piano, composta da telai in cemento armato del tipo shear-type.

La struttura è composta da 7 telai, 4 verticali e 3 orizzontali, con pilastri di sezione 40x40 cm e altezza di 3 m.



Telaio 1v composto da: Pilastri 1 e 5

Telaio 2v composto da: Pilastri 2 e 6

Telaio 3v composto da: Pilastri 3, 7 e 9

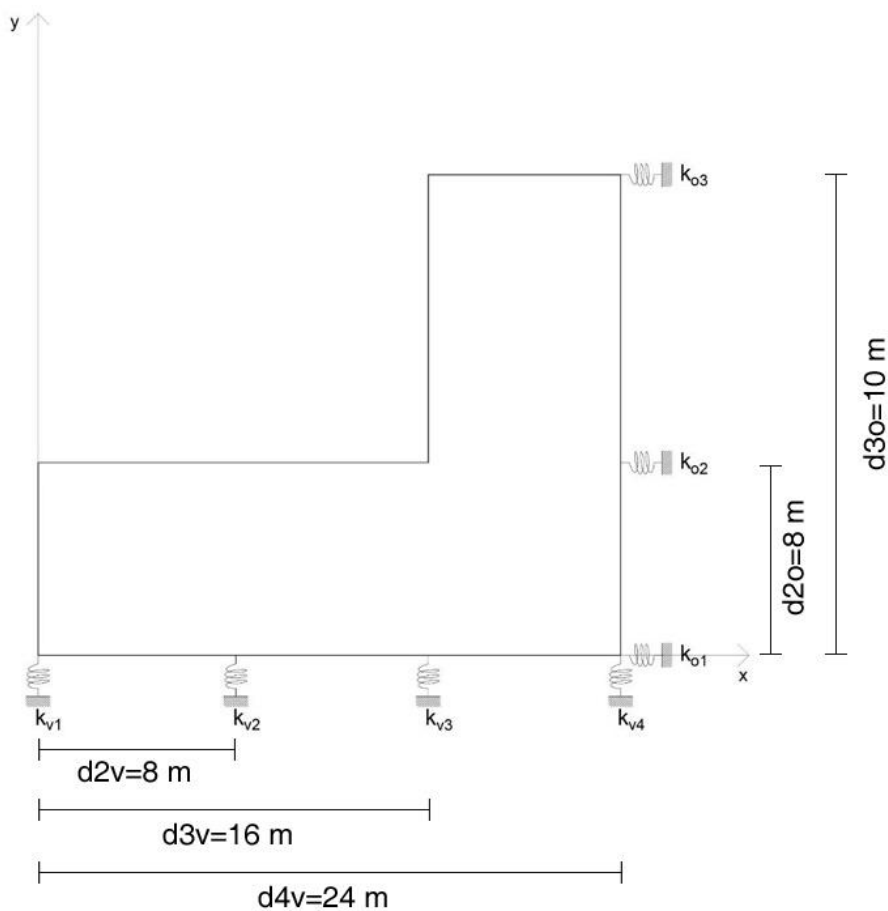
Telaio 4v composto da: Pilastri 4, 8 e 10

Telaio 1o composto da: Pilastri 1, 2, 3 e 4

Telaio 2o composto da: Pilastri 5, 6, 7 e 8

Telaio 3o composto da: Pilastri 9 e 10

I controventi, che per il solaio rappresentano vincoli cedevoli elasticamente, possono essere schematizzati nel piano dell'impalcato come molle, aventi un'adeguata rigidezza.



Tramite il foglio Excel calcoliamo la rigidezza traslante associata a tutti i controventi; essendo modellati come telai shear-type, la loro rigidezza si ricava tramite la formula:

$$F = \left( \frac{12EI_1}{h^3} + \frac{12EI_2}{h^3} \right) \delta$$

$$F = k \cdot \delta$$

$$k = \frac{12EI_1}{h^3} + \frac{12EI_2}{h^3}$$

Step 1: calcolo delle rigidezze traslanti dei controventi dell'edificio					
<b>Telaio 1v</b>	<b>1-5</b>	pilastri che individuano il telaio			
E (N/mmq)	25000,00	modulo di Young			
H (m)	3,00	altezza dei pilastri			
I 1 (cm^4)	213333,30	momento d'inerzia pilastro 1			
I 2	213333,30	momento d'inerzia pilastro 5			
I 3	0,00				
I 4	0,00				
<b>K T (KN/m)</b>	<b>47407,40</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>			
<b>Telaio 1o</b>	<b>1-2-3-4</b>	pilastri che individuano il telaio			
E	25000,00	modulo di Young			
H	3,00	altezza dei pilastri			
I 1	213333,30	momento d'inerzia pilastro 1			
I 2	213333,30	momento d'inerzia pilastro 2			
I 3	213333,30	momento d'inerzia pilastro 3			
I 4	213333,30	momento d'inerzia pilastro 4			
<b>K T</b>	<b>94814,80</b>	<b>rigidezza traslante telaio 5</b>			
<b>Telaio 2v</b>	<b>2-6</b>	pilastri che individuano il telaio			
E	25000,00	modulo di Young			
H	3,00	altezza dei pilastri			
I 1	213333,30	momento d'inerzia pilastro 2			
I 2	213333,30	momento d'inerzia pilastro 6			
I 3	0,00				
I 4	0,00				
<b>K T</b>	<b>47407,40</b>	<b>rigidezza traslante telaio 2</b>			
<b>Telaio 2o</b>	<b>5-6-7-8</b>	pilastri che individuano il telaio			
E	25000,00	modulo di Young			
H	3,00	altezza dei pilastri			
I 1	213333,30	momento d'inerzia pilastro 5			
I 2	213333,30	momento d'inerzia pilastro 6			
I 3	213333,30	momento d'inerzia pilastro 7			
I 4	213333,30	momento d'inerzia pilastro 8			
<b>K T</b>	<b>94814,80</b>	<b>rigidezza traslante telaio 6</b>			
<b>Telaio 3v</b>	<b>3-7-9</b>	pilastri che individuano il telaio			
E	25000,00	modulo di Young			
H	3,00	altezza dei pilastri			
I 1	213333,30	momento d'inerzia pilastro 3			
I 2	213333,30	momento d'inerzia pilastro 7			
I 3	213333,30	momento d'inerzia pilastro 9			
I 4	0,00				
<b>K T</b>	<b>71111,10</b>	<b>rigidezza traslante telaio 3</b>			
<b>Telaio 3o</b>	<b>9-10</b>	pilastri che individuano il telaio			
E	25000,00	modulo di Young			
H	3,00	altezza dei pilastri			
I 1	213333,30	momento d'inerzia pilastro 9			
I 2	213333,30	momento d'inerzia pilastro 10			
I 3	0,00				
I 4	0,00				
<b>K T</b>	<b>47407,40</b>	<b>rigidezza traslante telaio 7</b>			
<b>Telaio 4v</b>	<b>4-8-10</b>	pilastri che individuano il telaio			
E	25000,00	modulo di Young			
H	3,00	altezza dei pilastri			
I 1	213333,30	momento d'inerzia pilastro 4			
I 2	213333,30	momento d'inerzia pilastro 8			
I 3	213333,30	momento d'inerzia pilastro 10			
I 4	0,00				
<b>K T</b>	<b>71111,10</b>	<b>rigidezza traslante telaio 4</b>			

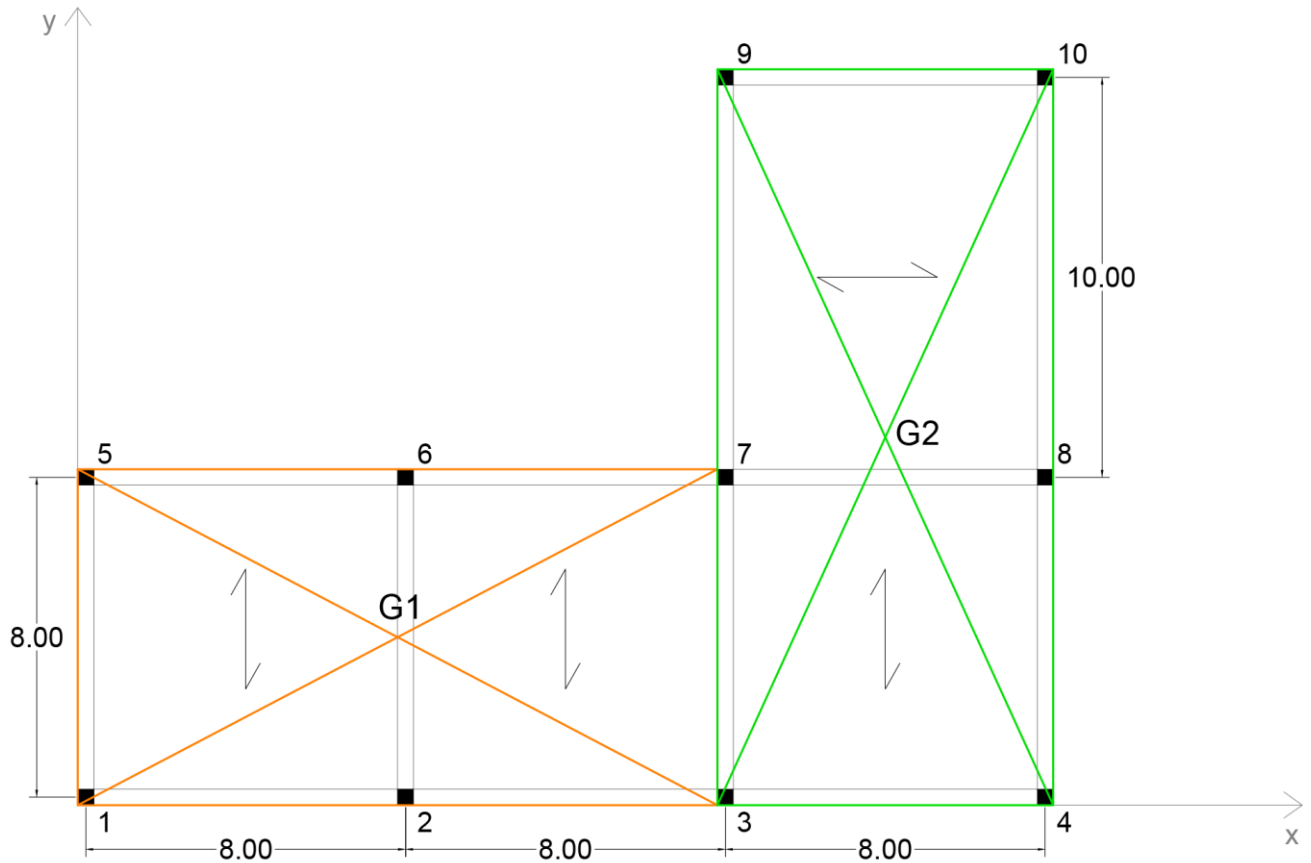
Nello STEP 2 abbiamo una tabella riassuntiva, in cui vengono riportate le rigidezze di tutti i controventi, orizzontali e verticali, calcolate nel primo step.

Step 2: tabella sinottica controventi e distanze		
<b>Kv1(KN/m)</b>	<b>47407,40</b>	<b>rigidezza traslante contr.vert.1</b>
<b>Kv2</b>	<b>47407,40</b>	<b>rigidezza traslante contr.vert.2</b>
<b>Kv3</b>	<b>71111,10</b>	<b>rigidezza traslante contr.vert.3</b>
<b>Kv4</b>	<b>71111,10</b>	<b>rigidezza traslante contr.vert.4</b>
<b>dv2 (m)</b>	<b>10,00</b>	<b>distanza orizzontale controvento dal punto O</b>
<b>dv3</b>	<b>16,00</b>	<b>distanza orizzontale controvento dal punto O</b>
<b>dv4</b>	<b>22,00</b>	<b>distanza orizzontale controvento dal punto O</b>
<b>Ko1(KN/m)</b>	<b>94814,80</b>	<b>rigidezza traslante contr.orizz.1</b>
<b>Ko2</b>	<b>94814,80</b>	<b>rigidezza traslante contr.orizz.2</b>
<b>Ko3</b>	<b>47407,40</b>	<b>rigidezza traslante contr.orizz.3</b>
<b>do2</b>	<b>6,00</b>	<b>distanza verticale controvento punto O</b>
<b>do3</b>	<b>16,00</b>	<b>distanza verticale controvento punto O</b>

Per trovare il centro di massa dell'impalcato, riconduciamo la forma "complessa" a due rettangoli e troviamo le coordinate del centro di massa applicando le seguenti formule:

$$X_G = \frac{A_1x_1 + A_2x_2}{A_{TOT}}$$

$$Y_G = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{A_{TOT}}$$



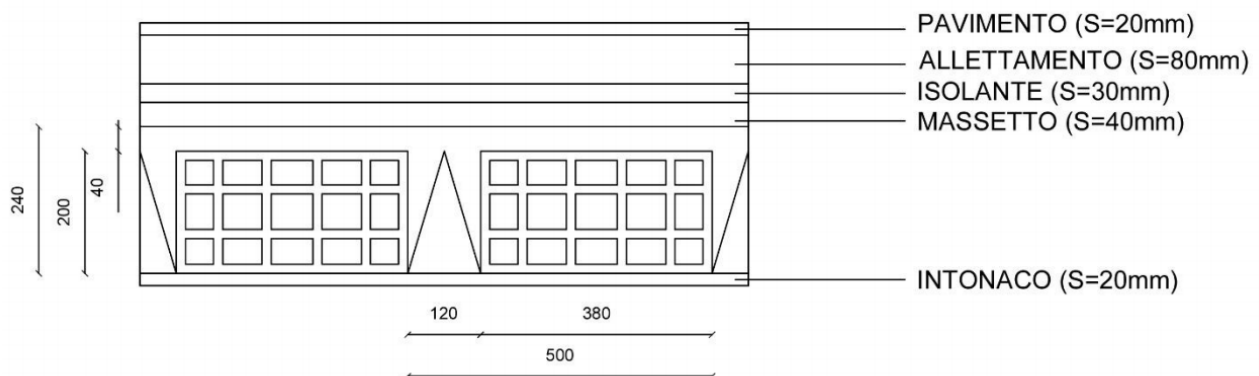
56			
57	<b>Step 3: calcolo del centro di massa</b>		
58			
59			
60	area_1 (mq)	128,00	misura dell'area superficie 1 area 1 (misura)
61	x_G1 (m)	8,00	coordinata X centro area 1
62	y_G1	4,00	coordinata Y centro area 1
63	area_2	144,00	misura dell'area superficie 2
64	x_G2	20,00	coordinata X centro area 2
65	y_G2	9,00	coordinata Y centro area 2
66	Area tot (mq)	272,00	Area totale impalcato
67	X_G	14,35	coordinata X centro d'area impalcato (centro massa)
68	Y_G	6,65	coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa)
69			

Il Centro delle rigidezze non coinciderà con il centro di massa, dunque lo calcoliamo tramite la tabella excel; nello STEP 4 si calcolano: la rigidezza totale orizzontale, somma delle rigidezze dei singoli controventi orizzontali, la rigidezza totale verticale, somma delle rigidezze dei singoli controventi verticali, le coordinate del centro delle rigidezze dell'impalcato e la rigidezza torsionale totale.

71	<b>Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali</b>		
72			
73			
74	Ko_tot	237037,00	rigidezze totale orizzontale
75	Kv_tot	237037,00	rigidezze totale verticale
76	X_C (m)	13,40	coordinata X centro rigidezze
77	Y_C	5,60	coordinata Y centro rigidezze
78			
79	dd_v1	-13,40	distanze controvento dal centro rigidezze
80	dd_v2	-3,40	distanze controvento dal centro rigidezze
81	dd_v3	2,60	distanze controvento dal centro rigidezze
82	dd_v4	8,60	distanze controvento dal centro rigidezze
83	dd_o1	-5,60	distanze controvento dal centro rigidezze
84	dd_o2	0,40	distanze controvento dal centro rigidezze
85	dd_o3	10,40	distanze controvento dal centro rigidezze
86	K_φ (KN*m)	22916737,16	rigidezze torsionale totale
87			
88			

Osserviamo che il centro delle rigidezze risulta molto vicino al centro di massa, fattore positivo per la progettazione dei controventi, in quanto la loro distanza influenza il comportamento della struttura sotto l'azione del carico sismico: la forza viene considerata applicata del centro di massa G, dunque la sua vicinanza al centro delle rigidezze C presuppone un braccio molto ridotto.

Per eseguire l'analisi dei carichi sismici, dobbiamo conoscere la stratigrafia del nostro solaio per calcolare i carichi permanente, accidentale e strutturale; consideriamo un solaio latero-cementizio così formato:



$$\text{Carico Strutturale } q_s = 3,42 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Carico Permanente portato } q_p = 3,70 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Carico Accidentale } q_a = 2 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

Inseriamo i valori trovati nella tabella excel, da cui ricaviamo il carico totale permanente G e il carico totale accidentale Q:

$$G = (q_s + q_p) \cdot A_{tot}$$

$$Q = q_a \cdot A_{tot}$$

Da questi ricaviamo i pesi sismici W, utilizzando il coefficiente di contemporaneità per edifici ad uso residenziale, e conseguentemente il valore della Forza sismica orizzontale:  $W = G + \psi \cdot Q$

### Step 5: analisi dei carichi sismici

q <sub>s</sub> (KN/mq)	3,42	carico permanente di natura strutturale
q <sub>p</sub>	3,70	sovraccarico permanente
q <sub>a</sub>	2,00	sovraccarico accidentale
G (KN)	1936,64	carico totale permanente
Q (KN)	544,00	carico totale accidentale
ψ	0,30	coefficiente di contemporaneità
W (KN)	2099,84	Pesi sismici
c	0,10	coefficiente di intensità sismica
F (KN)	209,98	Forza sismica orizzontale

Lo STEP 6 e lo STEP 7 sono i passaggi finali e portano a determinare la ripartizione della forza sismica sui controventi e gli effetti cinematici sull'impalcato, in termini di traslazione e di rotazione rigida.

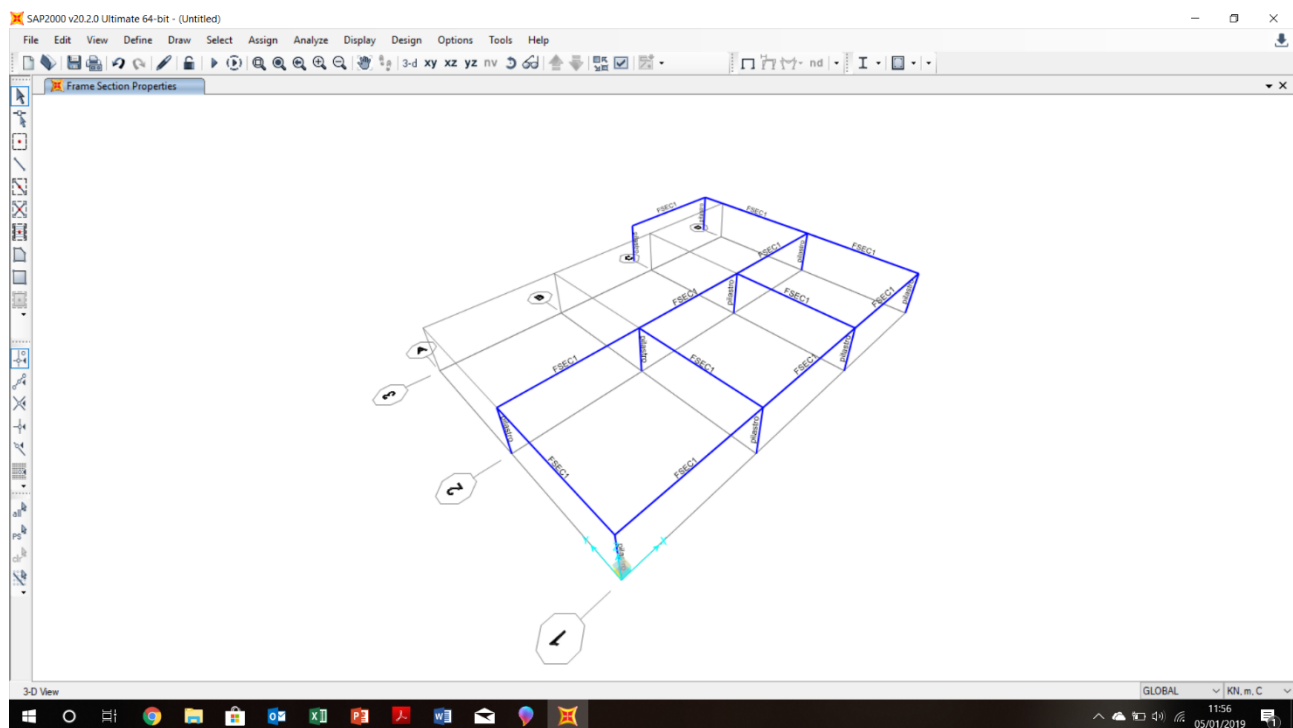
### Step 6: ripartizione forza sismica lungo X

M (KN*m)	-219,87	momento torcente (positivo se antiorario)
u <sub>o</sub> (m)	0,001	traslazione orizzontale
φ	-0,00001	rotazione impalcato (positiva se antioraria)
Fv1 (KN)	6,09	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	1,55	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	-1,77	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	-5,87	Forza sul controvento verticale 4
Fo1	89,09	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	83,63	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	37,27	Forza sul controvento orizzontale 3
	209,98	
		83,99
		83,99
		42,00
		209,98

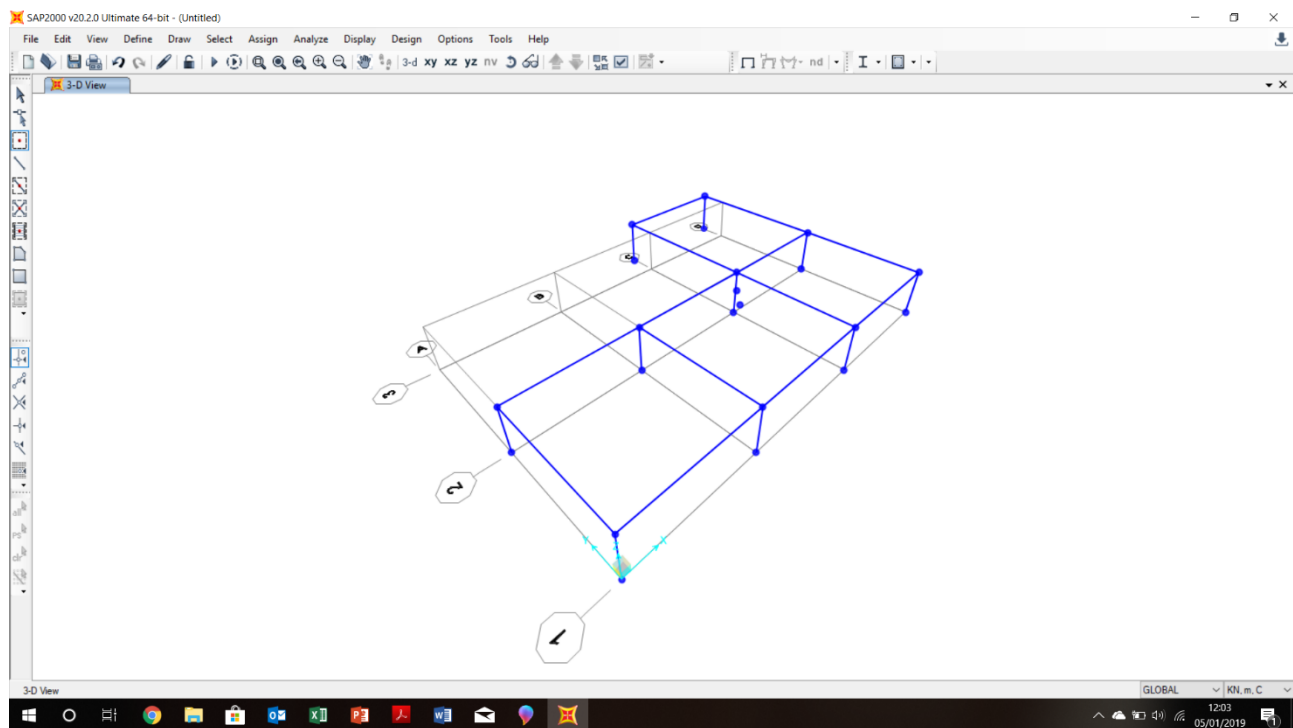
### Step 7: ripartizione forza sismica lungo Y

M (KN*M)	200,10	momento torcente
v <sub>o</sub> (KN)	0,001	traslazione verticale
φ	0,00001	rotazione impalcato
Fv1 (KN)	36,45	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	40,59	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	64,61	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	68,34	Forza sul controvento verticale 4
Fo1	-4,64	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	0,33	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	4,31	Forza sul controvento orizzontale 3
	209,98	
		42,00
		42,00
		63,00
		63,00
		209,98

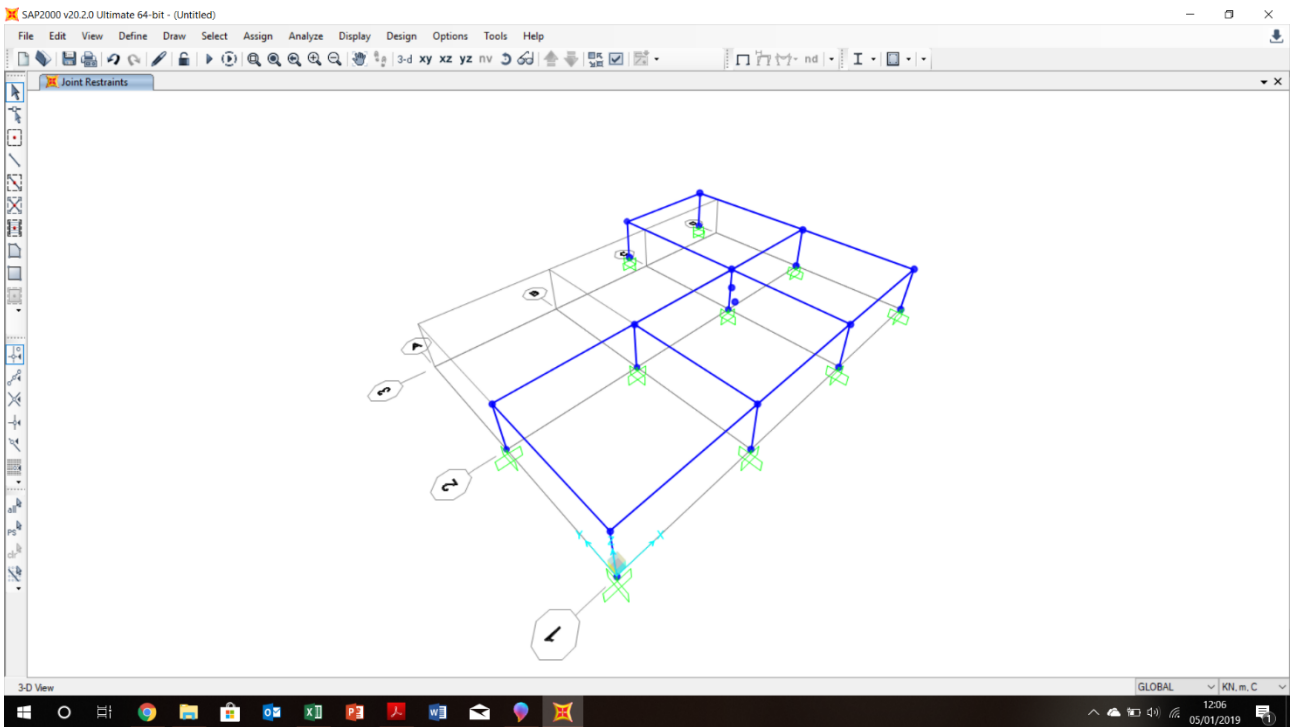
Ridisegniamo la struttura su SAP, assegnando ai pilastri la sezione in c.a. 40x40 cm.



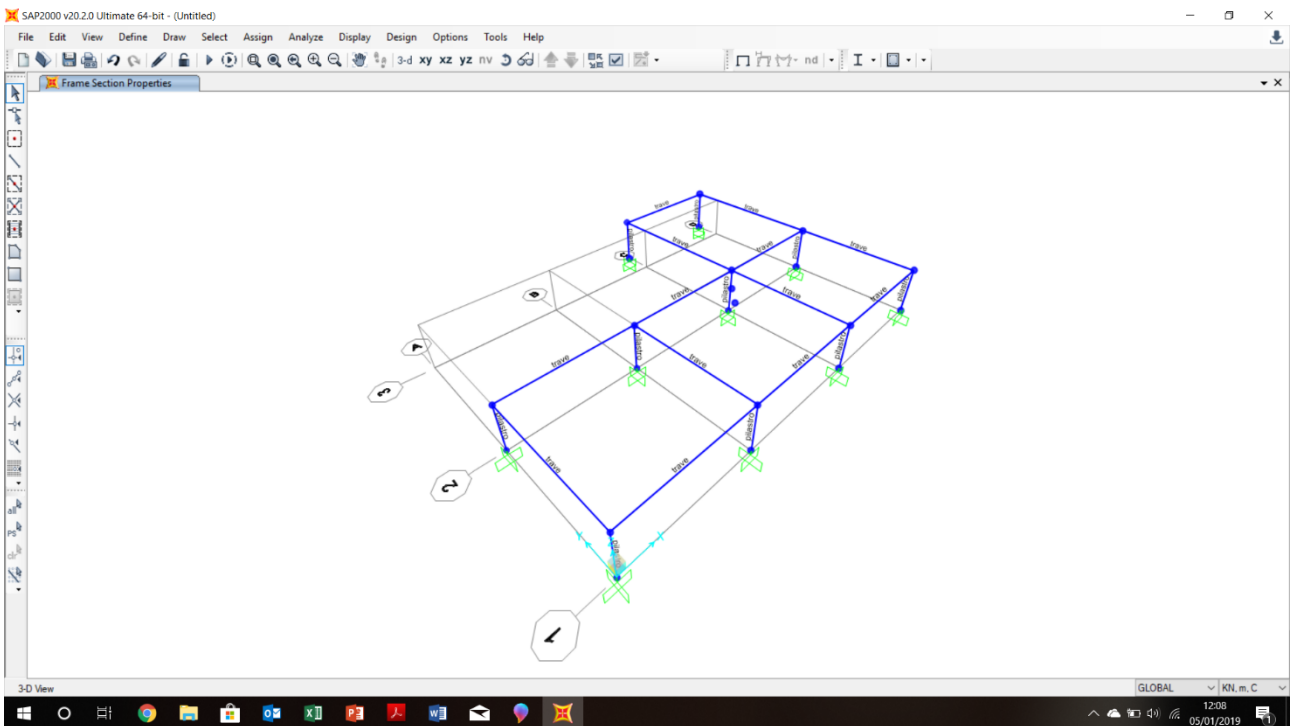
Disegniamo il centro di massa e il centro delle rigidezze della struttura.



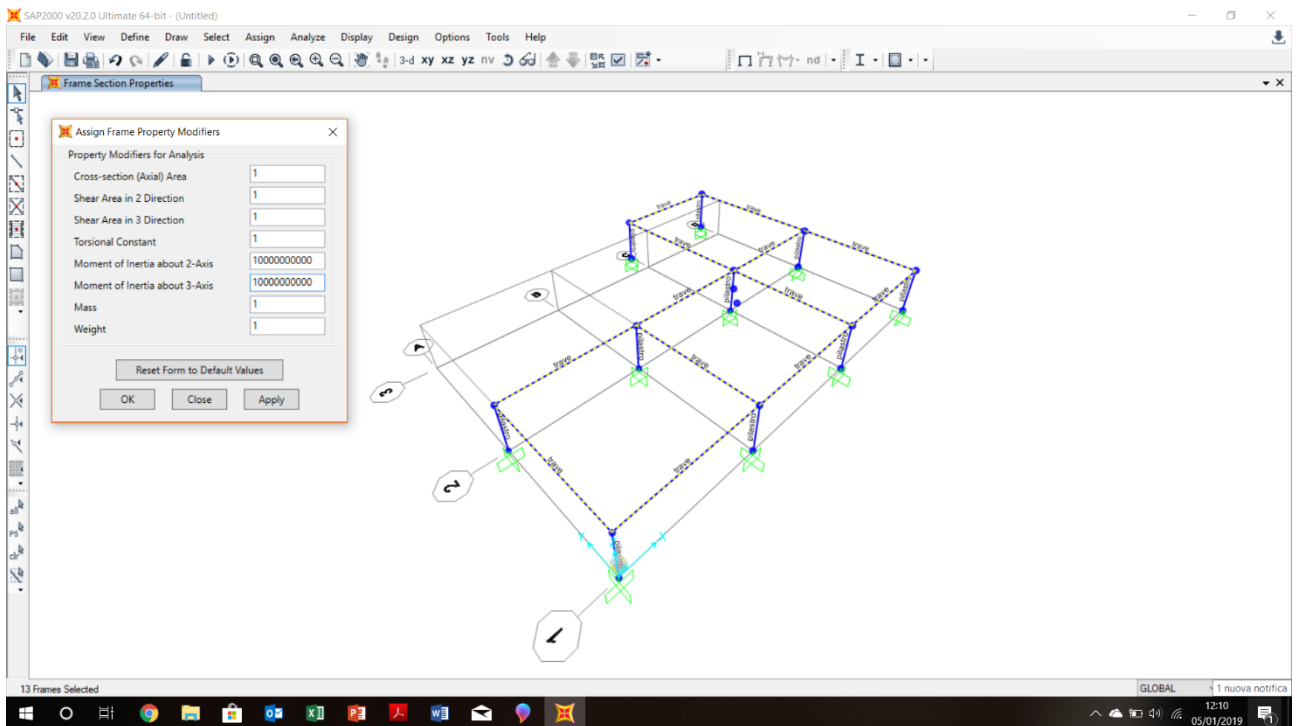
Assegnamo i vincoli incastro all'attacco a terra dei pilastri.



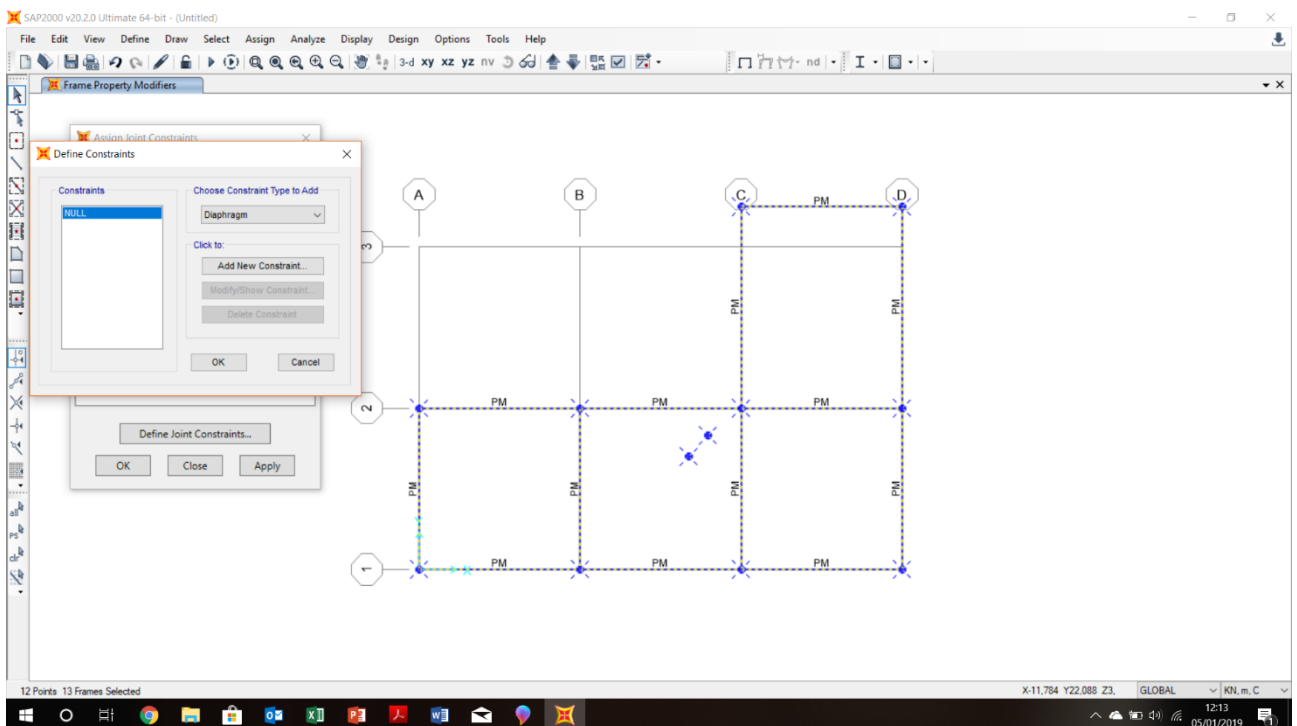
Assegnamo alla trave una sezione di 70x40 cm.



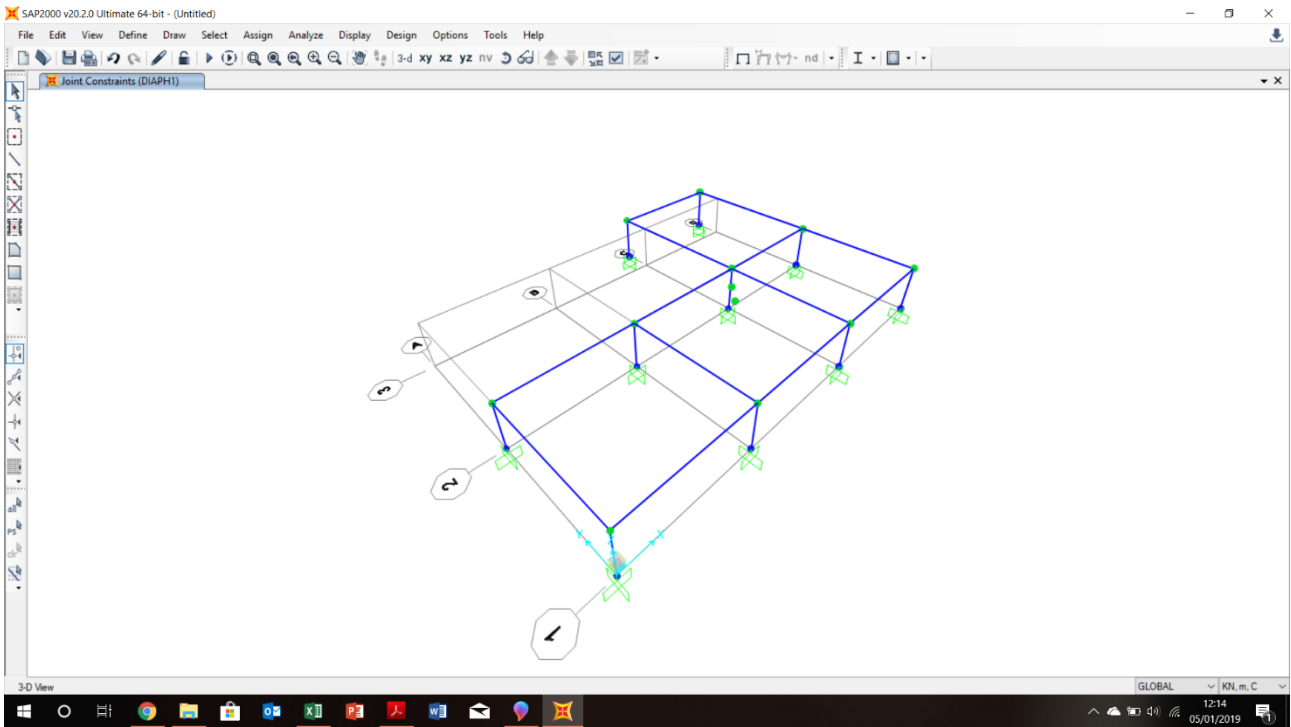
Essendo un telaio shear-type, aumentiamo la rigidezza delle travi in maniera esponenziale, in quanto nel modello è ipotizzata come infinita.



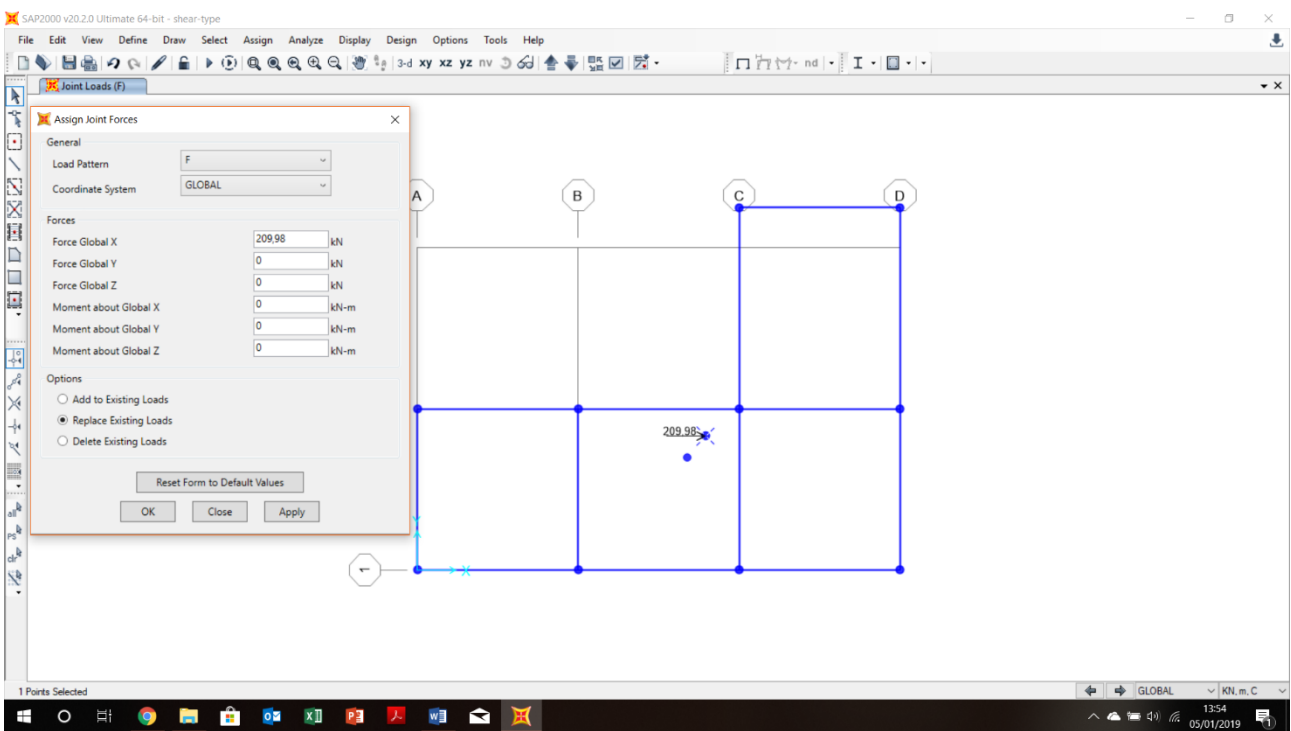
Assegnamo a tutti i nodi dell'impalcato, compresi i due centri, un diaphragm constraint, in modo che si comporti come un unico oggetto.







Applichiamo al centro di massa la forza sismica, con intensità pari al valore ricavato negli step finali.



Avviamo l'analisi.

