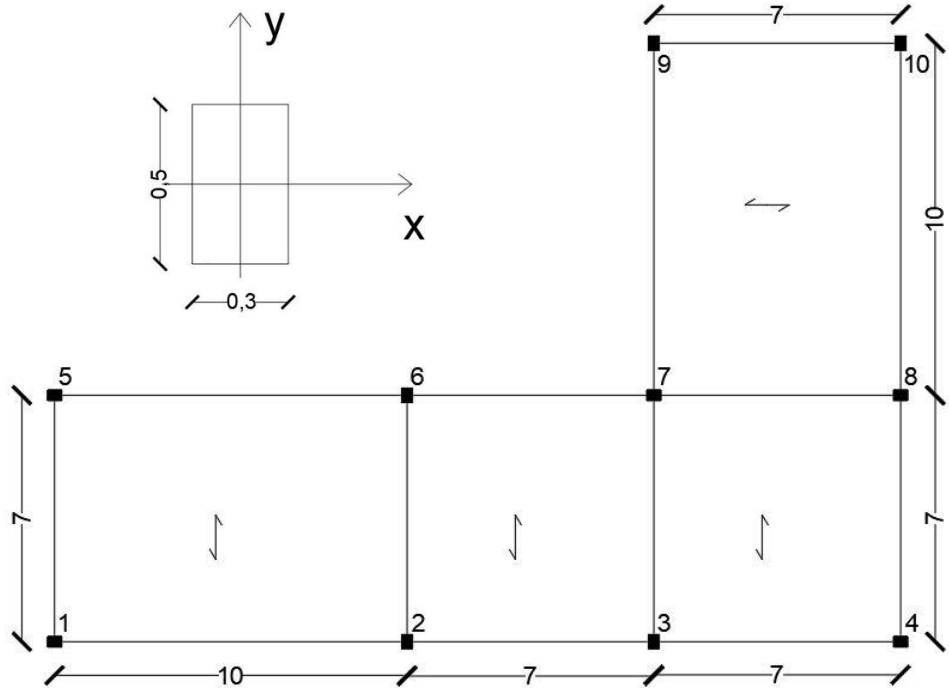


Ripartizione di una forza orizzontale – Metodo delle rigidzze

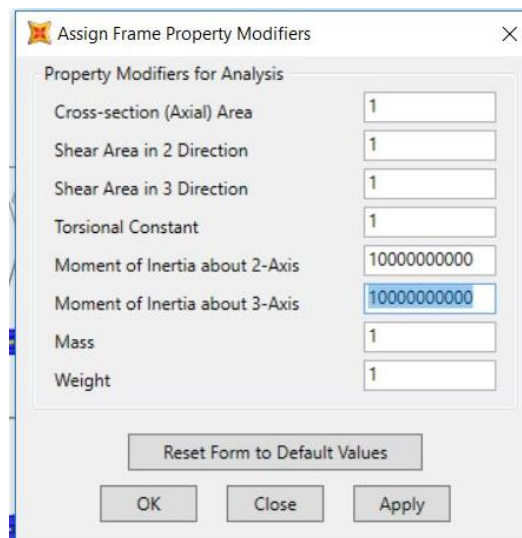
L’obiettivo di questa esercitazione è quello di calcolare come viene ripartita una forza orizzontale (ad esempio la forza sismica o del vento) applicando il metodo delle rigidzze sui vari telai che compongono una struttura.

PARTE 1 – Struttura in c.a. del tipo Shear Type

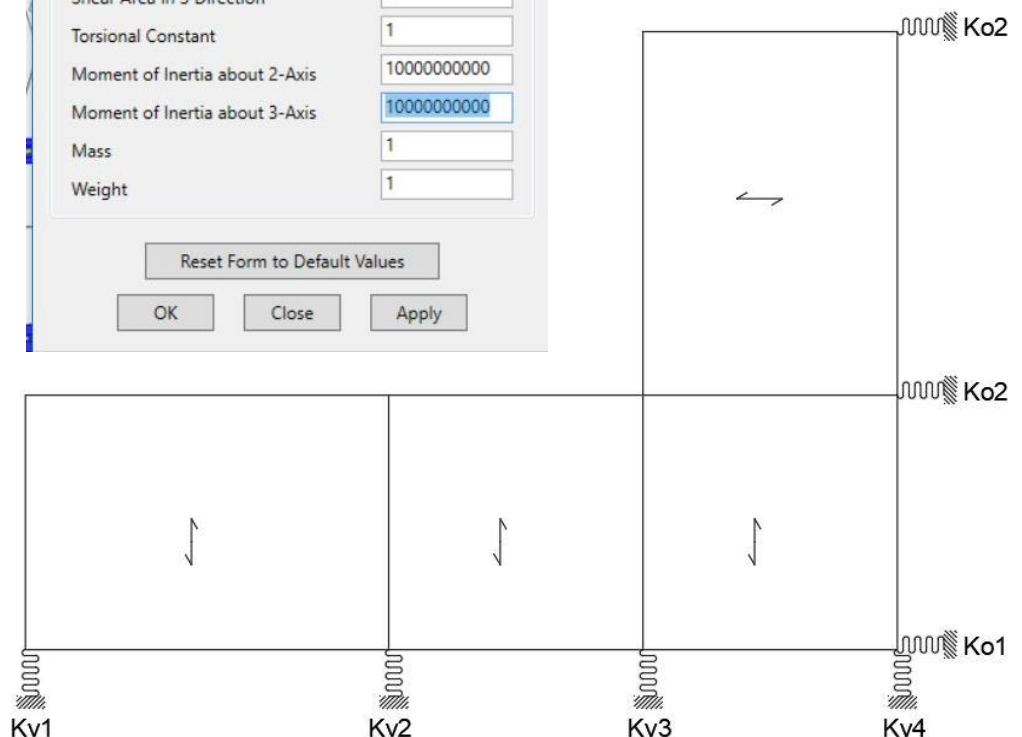
Disegno un impalcato semplice in c. a. del tipo Shear Type, ovvero avente tutti nodi ad incastro e travi considerate flessionalmente rigide rispetto ai pilastri. La sezione dei pilastri 0.5x0.3m è stata orientata lungo il telaio cercando di ottenere l’inerzia maggiore contro le forze esterne orizzontali.



Per avvicinarci al modello Shear Type su Sap è stata aumentata di molto le inerzie delle travi.



Disegnata la struttura e stabilita un’origine (0,0) individuo i telai nel piano xy. I pilastri svolgono anche il ruolo di controventi reagendo alle forze orizzontali. Questi controventi per il solaio rappresentano vincoli cedevoli elasticamente e possono essere schematizzati con una molla(una per ogni telaio).



Successivamente, passando alle tabelle excell, viene calcolata la rigidità traslante associata ai controventi e, poiché la tecnologia utilizzata è quella del telaio Shear Type, la rigidità è:

$$k = \frac{12EI_1}{h^3} + \frac{12EI_2}{h^3}$$

Telaio 1o	1-2-3-4	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	312500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	112500,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	312500,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	33468,75	rigidezza traslante telaio 5

Telaio 2o	5-6-7-8	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	312500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	312500,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	312500,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	41343,75	rigidezza traslante telaio 6

Telaio 3o	9-10	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	112500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	8859,38	rigidezza traslante telaio 7

Tramite un'altra tabella excell vengono riportate le rigidità di tutti i telai (controventi), orizzontali e verticali, e le relative dal punto (0,0)

Telaio 1v	1-5	pilastri che individuano il telaio
E (N/mm ²)	21000,00	modulo di Young
H (m)	4,00	altezza dei pilastri
I_1 (cm ⁴)	112500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T (KN/m)	8859,38	rigidezza traslante telaio 1

Telaio 2v	2-6	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	312500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	312500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	24609,38	rigidezza traslante telaio 2

Telaio 3v	3-7-9	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	312500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	312500,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	29039,06	rigidezza traslante telaio 3

Telaio 4v	4-8-10	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	112500,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	112500,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	312500,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	21164,06	rigidezza traslante telaio 4

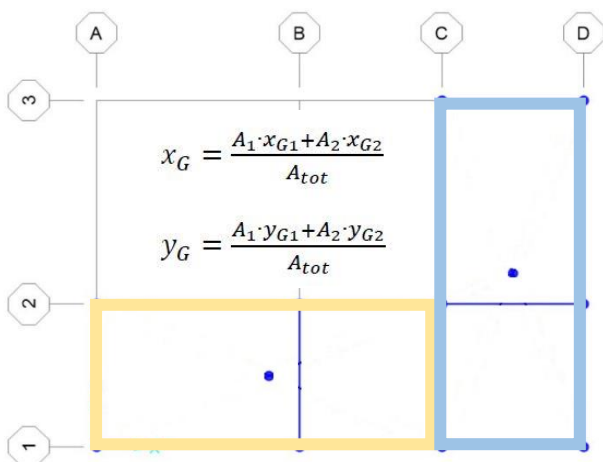
Step 2: tabella sinottica controventi e distanze

Kv1(KN/m)	8859,38	rigidezza traslante contr.vert.1
Kv2	24609,38	rigidezza traslante contr.vert.2
Kv3	29039,06	rigidezza traslante contr.vert.3
Kv4	21164,06	rigidezza traslante contr.vert.4
dv2 (m)	10,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
dv3	17,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
dv4	24,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
Ko1(KN/m)	33468,75	rigidezza traslante contr.orizz.1
Ko2	41343,75	rigidezza traslante contr.orizz.2
Ko3	8859,38	rigidezza traslante contr.orizz.3
do2	7,00	distanza verticale controvento punto O
do3	17,00	distanza verticale controvento punto O

Considerata la densità di massa uniforme su tutto l'impalcato è stato calcolato il centro di massa (coincidente in questo caso con il centro d'area) suddividendo l'impalcato in due geometrie elementari uguali tra loro. Il centro di massa è nel punto medio della retta che congiunge i centri dei due rettangoli.

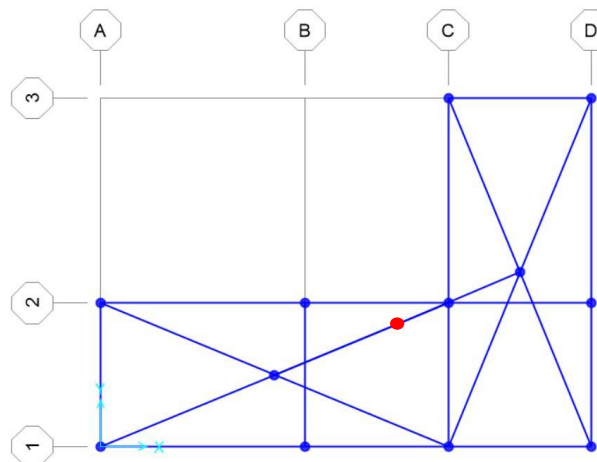
Step 3: calcolo del centro di massa

area_1 (mq)	119,00	misura dell'area superficie 1 area 1 (misura)
x_G1 (m)	8,50	coordinata X centro area 1
y_G1	3,50	coordinata Y centro area 1
area_2	119,00	misura dell'area superficie 2
x_G2	20,50	coordinata X centro area 2
y_G2	8,50	coordinata Y centro area 2
Area tot (mq)	238,00	Area totale impalcato
X_G	14,50	coordinata X centro d'area impalcato (centro massa)
Y_G	6,00	coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa)



$$x_G = \frac{A_1 \cdot x_{G1} + A_2 \cdot x_{G2}}{A_{tot}}$$

$$y_G = \frac{A_1 \cdot y_{G1} + A_2 \cdot y_{G2}}{A_{tot}}$$



calcolo le rigidezze totali sia verticali che orizzontali (come somma delle rigidezze dei singoli telai) e da esse ricavo il centro di rigidezza e la rigidezza torsionale totale:

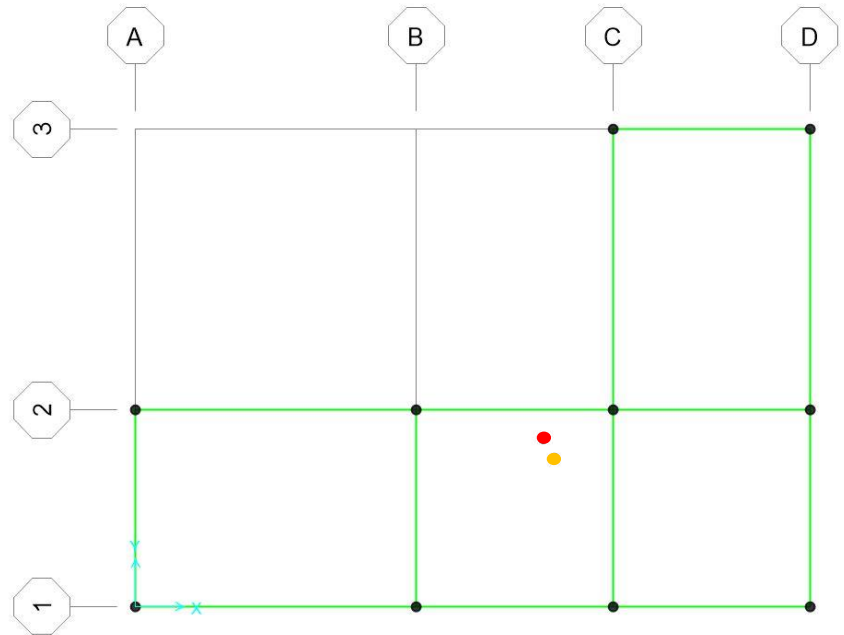
$$x_C = \frac{k_{v1} \cdot d_{v1} + k_{v2} \cdot d_{v2} + k_{v3} \cdot d_{v3} + k_{v4} \cdot d_{v4}}{k_{v_tot}}$$

$$y_C = \frac{k_{o1} \cdot d_{o1} + k_{o2} \cdot d_{o2} + k_{o3} \cdot d_{o3}}{k_{o_tot}}$$

Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali		
Ko_tot	83671,88	rigidezze totale orizzontale
Kv_tot	83671,88	rigidezze totale verticale
X_C (m)	14,91	coordinata X centro rigidezze
Y_C	5,26	coordinata Y centro rigidezze
dd_v1	-14,91	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-4,91	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	2,09	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	9,09	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-5,26	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	1,74	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	11,74	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	6710626,24	rigidezze torsionale totale

Disegno quindi nel modello Sap i centri di rigidezza e di massa appena calcolati

Questa operazione ci permette di verificare se l'impalcato subisce una traslazione (nel caso in cui la retta d'azione della forza passi per il centro delle rigidezze) o una rotazione.



Si effettua l'analisi dei carichi sismici per ricavare la forza sismica che agisce nel centro di massa in accordo con le NTC del 2008. Si calcola il carico totale G permanente e Q accidentale sommando i carichi degli elementi per unità di superficie ed utilizzando la combinazione sismica in cui è presente ψ (coefficiente di contemporaneità) che dipende dagli utilizzi della struttura.

$$G = (q_s + q_p) A_{tot}$$

$$Q = q_a \cdot A_{tot}$$

$$W = G + \psi_{2j} \cdot Q$$

Step 5: analisi dei carichi sismici		
q_s (KN/mq)	2,50	carico permanente di natura strutturale
q_p	2,50	sovraccarico permanente
q_a	5,00	sovraccarico accidentale
G (KN)	1190,00	carico totale permanente
Q (KN)	1190,00	carico totale accidentale
ψ	0,80	coefficiente di contemporaneità
W (KN)	2142,00	Pesi sismici
c	0,10	coefficiente di intensità sismica
F (KN)	214,20	Forza sismica orizzontale

Nel calcolo della forza sismica viene introdotto un coefficiente di intensità sismica c che tiene conto della sismicità del luogo.

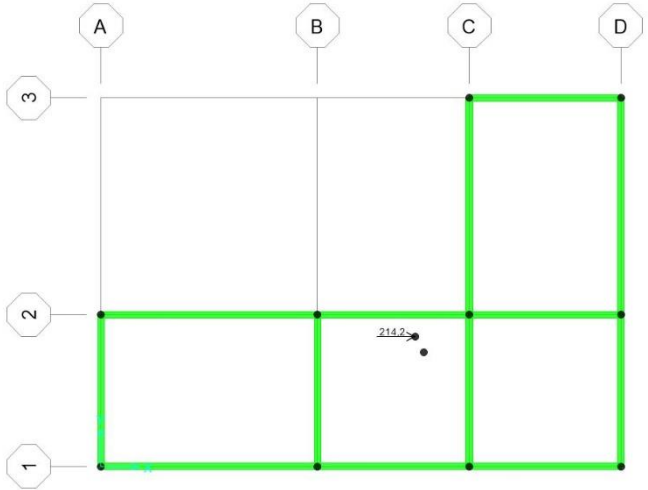
$$F = W \cdot c$$

A questo punto si determinano le ripartizioni sismiche sui controventi e gli effetti cinematici (traslazione e rotazione rigida).

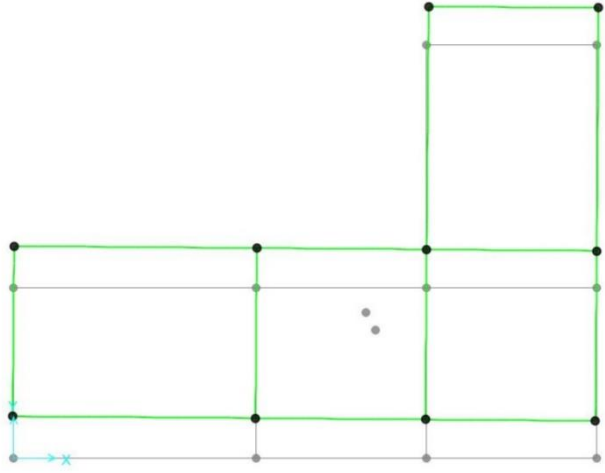
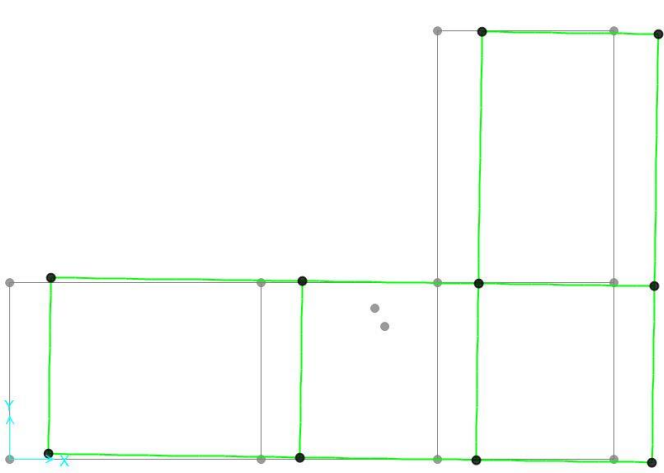
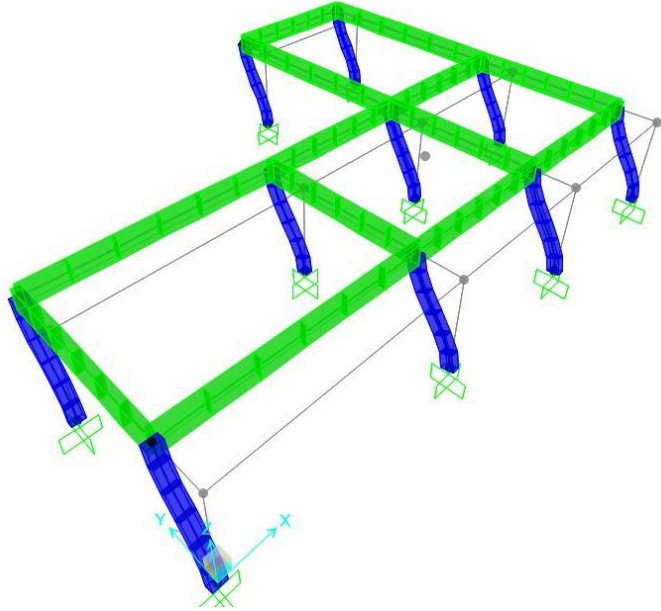
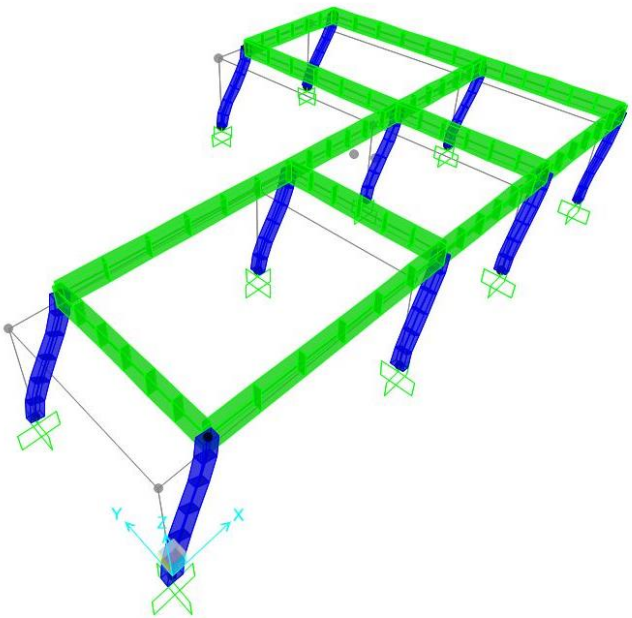
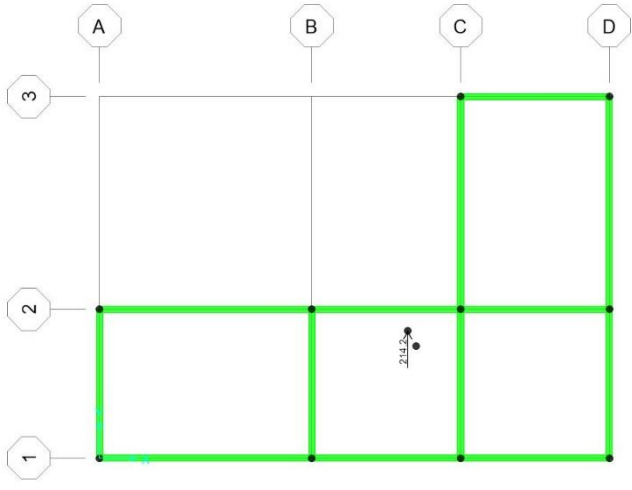
Step 6: ripartizione forza sismica lungo X		
M (KN*m)	-158,76	momento torcente (positivo se antiorario)
u_o (m)	0,003	traslazione orizzontale
φ	-0,00002	rotazione impalcato (positiva se antioraria)
Fv1 (KN)	3,13	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	2,86	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	-1,43	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	-4,55	Forza sul controvento verticale 4
Fo1	89,84	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	104,14	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	20,22	Forza sul controvento orizzontale 3
	214,20	
	85,68	
	105,84	
	22,68	
	214,20	

Step 7: ripartizione forza sismica lungo Y		
M (KN*M)	-88,20	momento torcente
v_o (KN)	0,003	traslazione verticale
φ	-0,00001	rotazione impalcato
Fv1 (KN)	24,42	Forza sul controvento verticale 1
Fv2	64,59	Forza sul controvento verticale 2
Fv3	73,54	Forza sul controvento verticale 3
Fv4	51,65	Forza sul controvento verticale 4
Fo1	2,31	Forza sul controvento orizzontale 1
Fo2	-0,95	Forza sul controvento orizzontale 2
Fo3	-1,37	Forza sul controvento orizzontale 3
	214,20	
	22,68	
	63,00	
	74,34	
	54,18	
	214,20	

FORZA LUNGO X (applicata nel centro di massa)



FORZA LUNGO Y (applicata nel centro di Massa)



Entrambe le analisi su Sap hanno dato come esito una traslazione abbinata ad una rotazione(seppur minima).Quest'ultima è dovuta alla mancata coincidenza di centro di massa e centro di rigidezza.

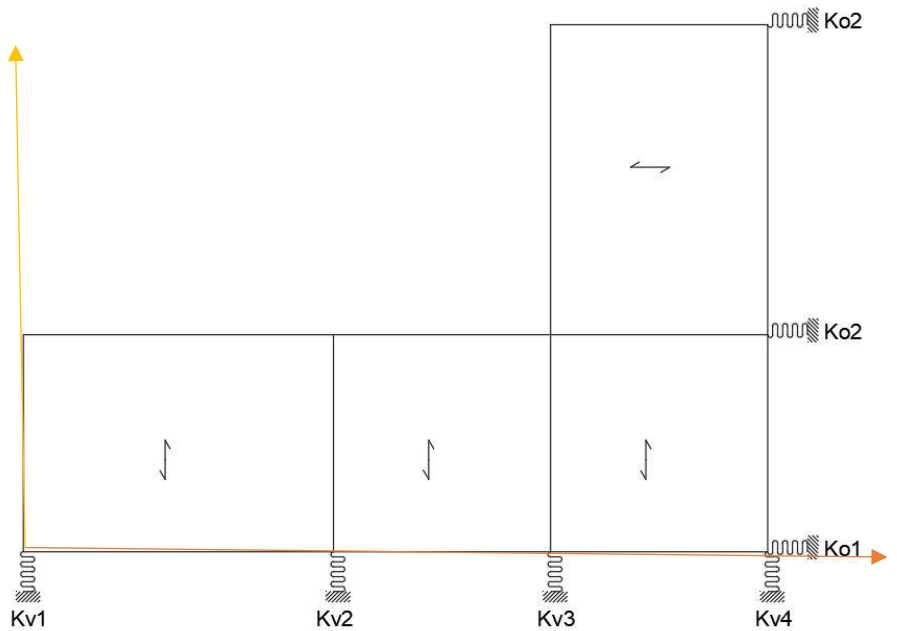
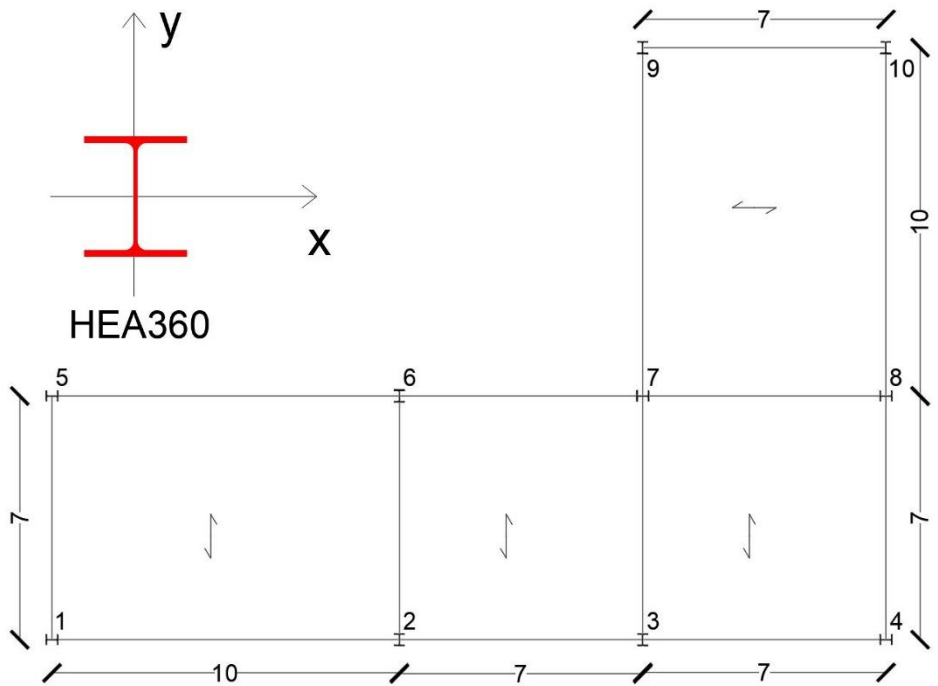
PARTE 2 – Struttura in acciaio

In questa seconda parte dell'esercitazione, partendo dall'impalcato disegnato per la parte 1, utilizzo una struttura in acciaio composta non più da telai di tipo shear type ma avente travi con rigidità flessionale finita e incernierate ai pilastri. Anche in questo caso i pilastri sono stati disposti cercando di ottenere l'inerzia maggiore contro le forze orizzontali.

Come nella parte precedente vengono individuati i telai e viene stabilito un punto che diviene origine degli assi xy

Si passa quindi ad excell e viene calcolata la rigidità traslante associata ad i controventi, questa volta utilizzando la formula corrispondente alla rigidità di telai di tipo non shear type ma, come già espresso in precedenza, incastrati a terra ed incernierati nella parte superiore in corrispondenza del nodo con le travi e aventi travi con rigidità flessionale finita.

$$K = \frac{3EI}{l^3}$$



Telaio 1v	1-5	pilastri che individuano il telaio
E (N/mm²)	210000,00	modulo di Young
H (m)	4,00	altezza dei pilastri
I_1 (cm⁴)	7887,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T (KN/m)	1552,75	rigidezza traslante telaio 1
Telaio 2v	2-6	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	33090,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	33090,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	6514,59	rigidezza traslante telaio 2
Telaio 3v	3-7-9	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	33090,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	33090,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	7290,97	rigidezza traslante telaio 3
Telaio 4v	4-8-10	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	7887,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	33090,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	4810,05	rigidezza traslante telaio 4

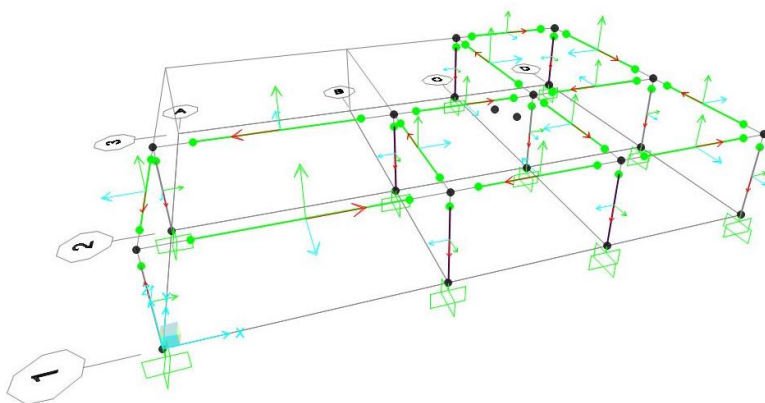
Telaio 1o	1-2-3-4	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	33090,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	33090,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	7887,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	8067,35	rigidezza traslante telaio 5
Telaio 2o	5-6-7-8	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	33090,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	33090,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	33090,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	10548,27	rigidezza traslante telaio 6
Telaio 3o	9-10	pilastri che individuano il telaio
E	210000,00	modulo di Young
H	4,00	altezza dei pilastri
I_1	7887,00	momento d'inerzia pilastro 1
I_2	7887,00	momento d'inerzia pilastro 2
I_3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I_4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
K_T	1552,75	rigidezza traslante telaio 7

Attraverso la stessa metodologia utilizzata nella parte 1 individuo il centro di massa e il centro di rigidezza

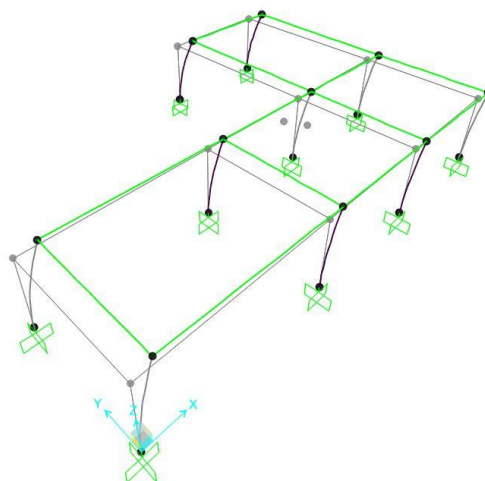
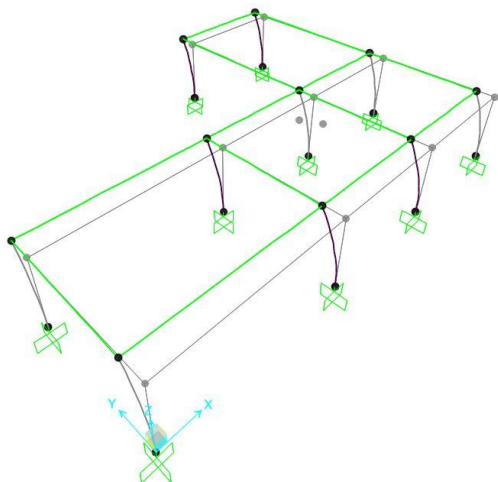
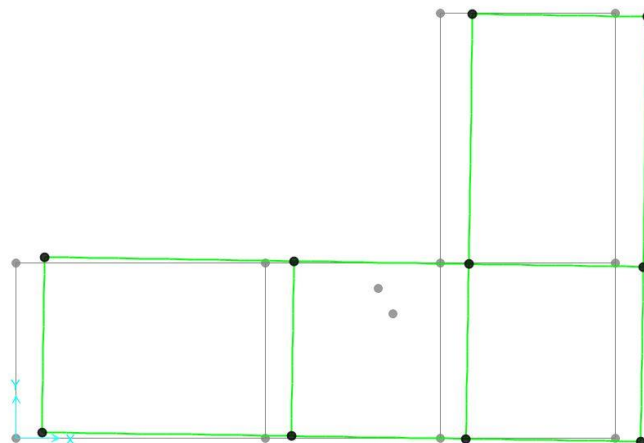
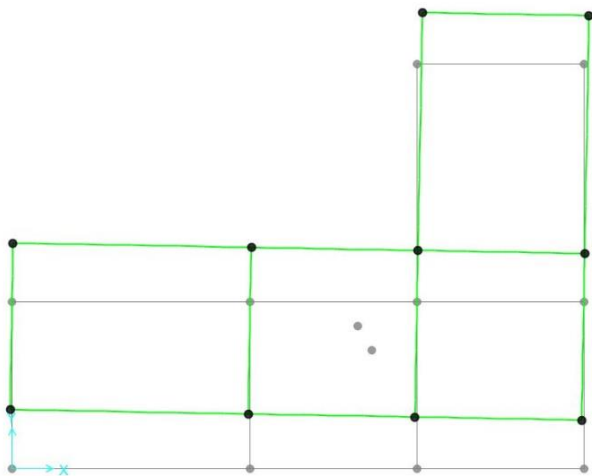
Step 3: calcolo del centro di massa		
area_1 (mq)	119,00	misura dell'area superficie 1 area 1 (misura)
x_G1 (m)	8,50	coordinata X centro area 1
y_G1	3,50	coordinata Y centro area 1
area_2	119,00	misura dell'area superficie 2
x_G2	20,50	coordinata X centro area 2
y_G2	8,50	coordinata Y centro area 2
Area tot (mq)	238,00	Area totale impalcato
X_G	14,50	coordinata X centro d'area impalcato (centro massa)
Y_G	6,00	coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa)

Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali		
Ko_tot	20168,37	rigidezze totale orizzontale
Kv_tot	20168,37	rigidezze totale verticale
X_C (m)	15,10	coordinata X centro rigidezze
Y_C	4,97	coordinata Y centro rigidezze
dd_v1	-15,10	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-5,10	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	1,90	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	8,90	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-4,97	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	2,03	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	12,03	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	1398267,20	rigidezze torsionale totale

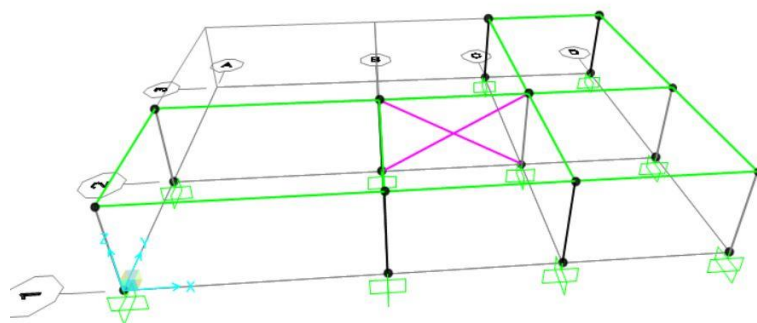
N.B. Prima di applicare le forze sismiche sul centro di massa individuato nel modello di SAP inserisco le cerniere interne



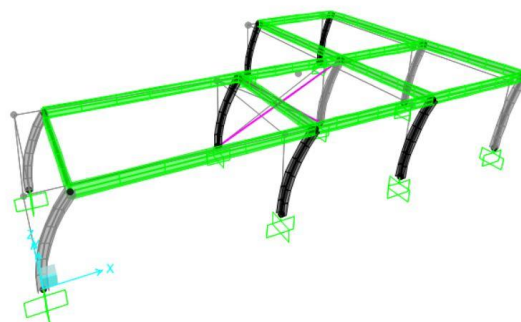
Applico ora le forze sismiche (utilizzo le stesse della parte 1) nel centro di massa in entrambe le direzioni e noto una traslazione ed una rotazione abbastanza accentuata.



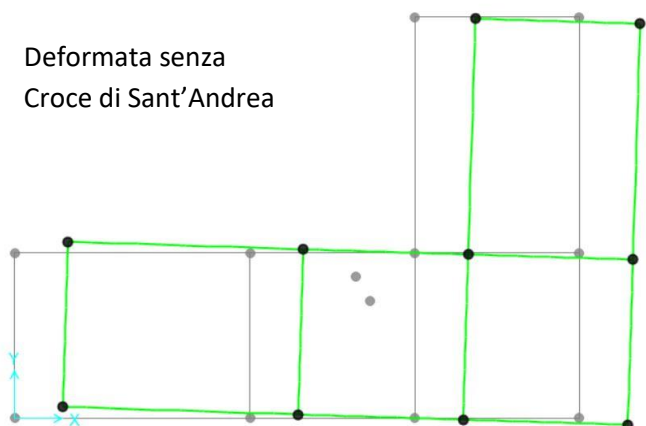
Decido di analizzare il comportamento che avrebbe la struttura a seguito dell'inserimento di un controventamento a Croce di Sant'Andrea volto a diminuire la distanza tra centro di massa e centro delle rigidezze cercando così di diminuire conseguentemente la rotazione e la traslazione della struttura.



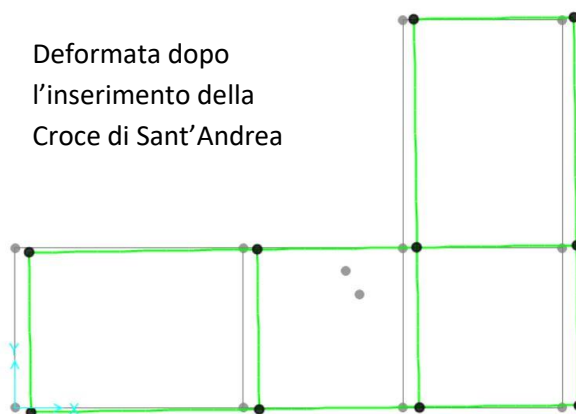
Si nota subito una riduzione della traslazione lungo l'asse X (dato che la croce inserita va ad agire proprio sulla rigidezza della struttura lungo questo asse) ed anche una diminuzione della rotazione che, non solo viene quasi annullata, ma anche invertita di senso. Questo dimostra come l'avvicinamento del centro delle rigidezze al centro di massa migliori il comportamento di una struttura sottoposta a forze orizzontali.



Deformata senza Croce di Sant'Andrea



Deformata dopo l'inserimento della Croce di Sant'Andrea



Estraendo gli spostamenti dei singoli nodi dalle tabelle ricavate su Sap posso mettere a confronto i due casi e notare "quantitativamente" la differenza.

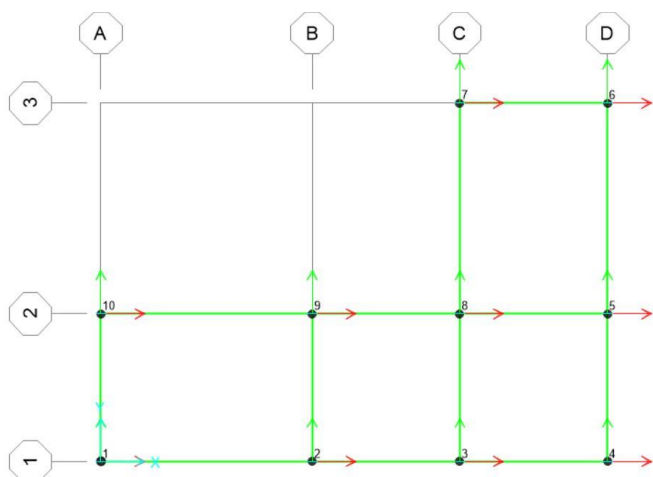


Tabella di confronto degli spostamenti con inserimento del controvento							
Joint	Forza	CaseType	U1	U1 croce	ΔU	R3	R3 croce
Text	N	Text	mm	mm	mm	Radians	Radians
1	214,2	LinStatic	3,554	10,235	-6,681	0,000065	-0,00016
2	214,2	LinStatic	3,554	10,235	-6,681	0,000065	-0,00016
3	214,2	LinStatic	3,554	10,235	-6,681	0,000065	-0,00016
4	214,2	LinStatic	3,554	10,235	-6,681	0,000065	-0,00016
5	214,2	LinStatic	3,101	11,338	-8,237	0,000065	-0,00016
6	214,2	LinStatic	2,454	12,913	-10,459	0,000065	-0,00016
7	214,2	LinStatic	2,454	12,913	-10,459	0,000065	-0,00016
8	214,2	LinStatic	3,101	11,338	-8,237	0,000065	-0,00016
9	214,2	LinStatic	3,101	11,338	-8,237	0,000065	-0,00016
10	214,2	LinStatic	3,101	11,338	-8,237	0,000065	-0,00016