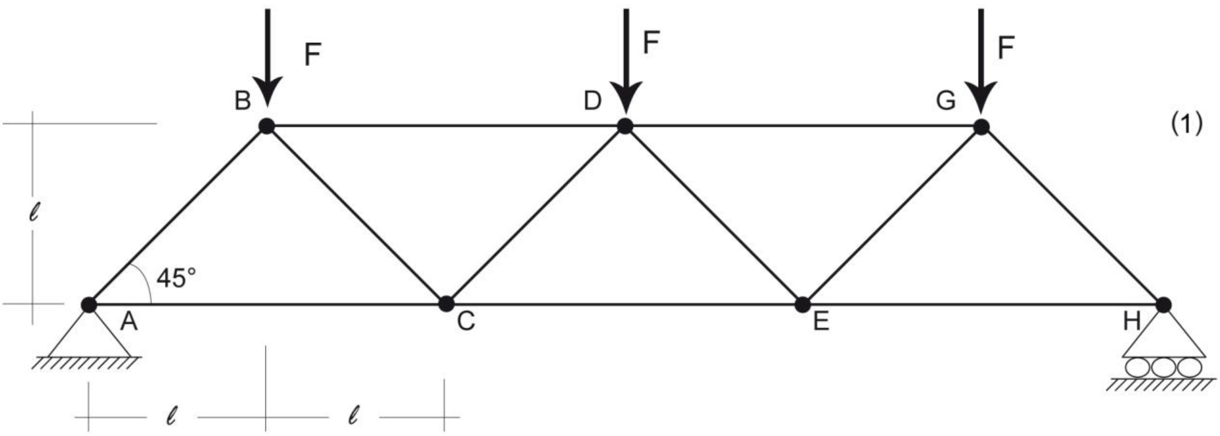
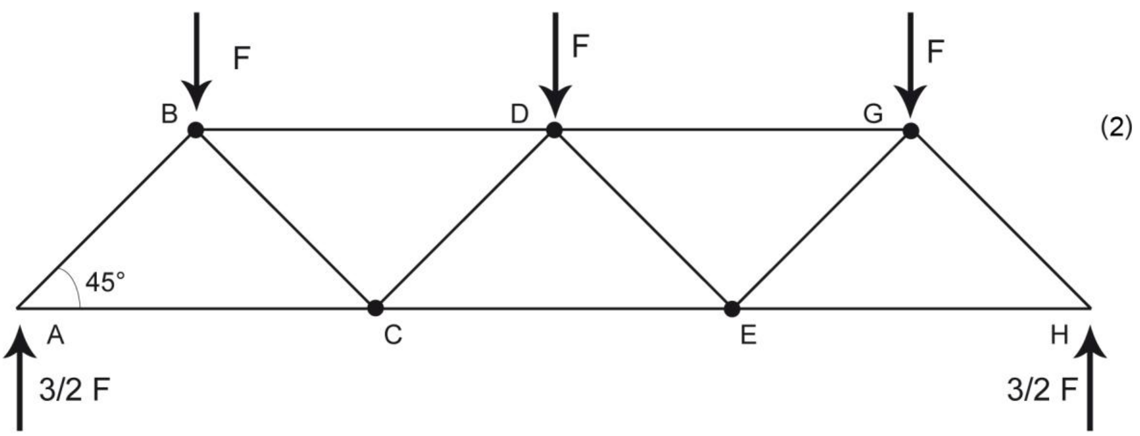
1) METODO DELLE SEZIONI DI RITTER

Un altro metodo per il calcolo di una travatura reticolare isostatica è quello delle **sezioni di Ritter**. Prendiamo in esame la stessa struttura dell'esercizio precedente e verifichiamo che, qualunque metodo si decida di scegliere, il risultato finale deve essere uguale.

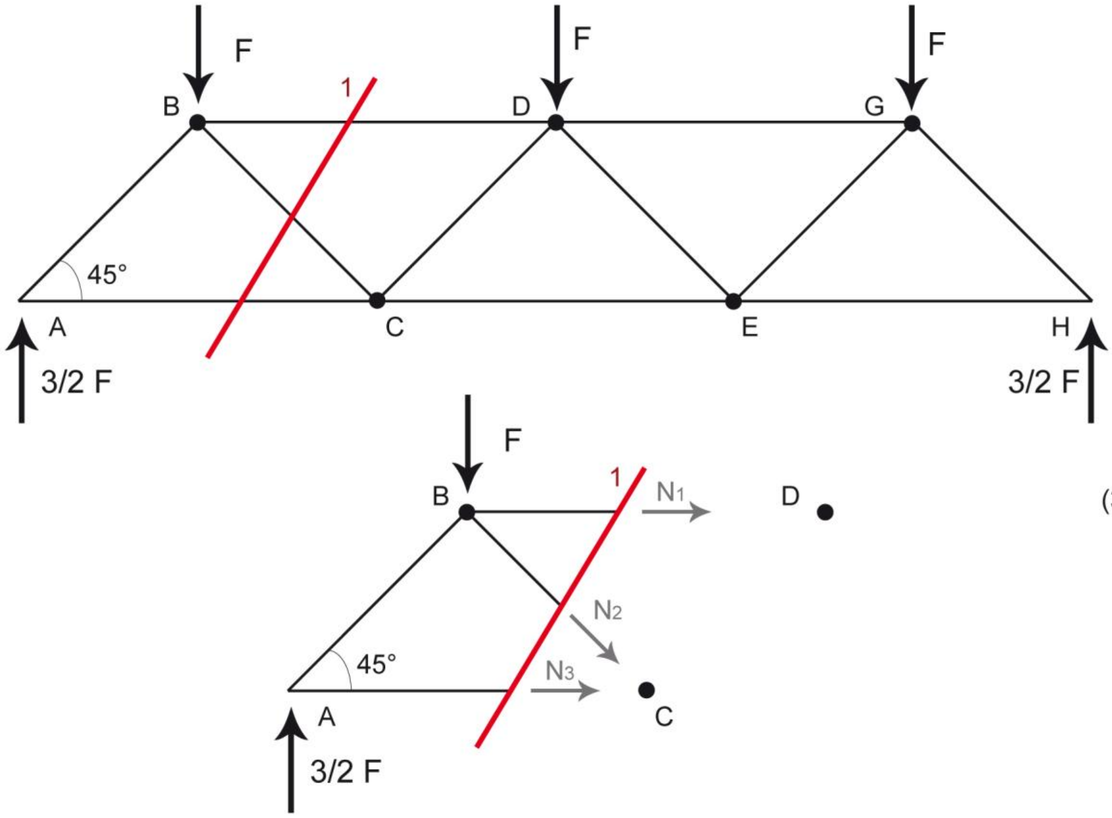


Il primo passo è quello di verificare che la struttura sia isostatica, poiché se fosse iperstatica non saremmo in grado di utilizzare questa modalità di calcolo (abbiamo verificato l'isostaticità nel paragrafo precedente). Inoltre possiamo subito dire quali sono le reazioni vincolari esterne dovute calcolandole con l'equilibrio alla traslazione verticale ed utilizzando la simmetria sia della struttura sia del carico (quando una struttura è simmetrica e caricata simmetricamente, le reazioni vincolari sono simmetriche):



Dopo aver calcolato le reazioni vincolari, per mettere in evidenza le azioni di contatto (che in questo caso sono gli sforzi normali nelle aste) dobbiamo effettuare un taglio virtuale della struttura in due parti tramite una sezione di Ritter. Dicesi **sezione di Ritter una sezione che divide in due la struttura tagliando tre aste non convergenti nello stesso nodo.**

Una volta effettuato il taglio virtuale, si mettono in evidenza gli sforzi normali agenti sulle sezioni delle aste tagliate (vedi figura (3)):



(3)

Posso scegliere di considerare la parte di trave che va da (A) ad (H), o quella che va da (H) ad (A), poiché su qualunque parte decida di lavorare il risultato sarà invariato. Scelgo di lavorare nella prima metà semplicemente perché ci sono meno forze applicate ed i calcoli risulteranno più rapidi.
Disegnare le forze (N_1), (N_2) ed (N_3) uscenti dalla sezione vuol dire considerare in prima ipotesi che le aste sezionate siano sottoposte a trazione (**tiranti**). Posso scegliere arbitrariamente il verso di queste forze, in quanto sarà il risultato delle equazioni di equilibrio che confermerà il verso delle azioni di contatto o deciderà che il verso è opposto: in tal caso l'asta risulterà in compressione (**puntone**).

A questo punto, per determinare i valori di (N_1), (N_2) ed (N_3), userò l'assioma di bilancio che sancisce - per una struttura deformabile - l'equilibrio di tutte le forze agenti sulla generica parte. In questo caso, la parte sarà quella disegnata in figura (3). Le incognite sono tre e tre sono le equazioni di bilancio a nostra disposizione. Quindi il problema è risolvibile.

La regola che viene suggerita è quella di scrivere tre equazioni di equilibrio a rotazione, cambiando ogni volta il polo, che viene scelto nel punto di incontro di due delle tre aste tagliate.
Per esempio: nel nodo (C) convergono due delle tre aste sezionate; ciò implica che nell'equazione di equilibrio del momento rispetto a (C), rimarrebbe una sola forza incognita, ossia l'azione di contatto dell'asta che non converge in C. Andando ad esplicitare questa equazione:

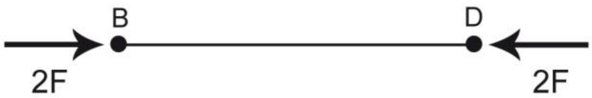
equilibrio a momento rispetto a (C):

$$- N_1 l - 3/2F\, 2l + Fl = 0$$

$$N_1 = F - 3/2\, F$$

$$N_1 = - 2F$$

(N_1) è risultato negativo, per cui ne concludiamo che l'asta **(BD) è un puntone**:

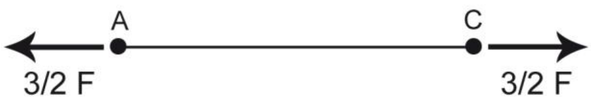


Allo stesso modo posso calcolare (N_3), scrivendo l'equazione di equilibrio del momento rispetto al nodo (B); poiché (B) si trova lungo la retta d'azione di (N_1) ed (N_2), l'equazione di bilancio del momento rispetto a (B) elimina i contributi di (N_1) ed (N_2) e consente di calcolare direttamente (N_3):

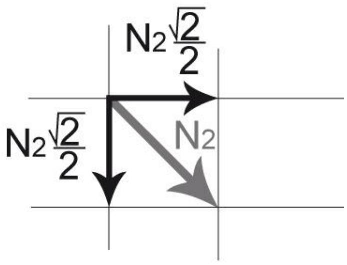
$$\mathbf{N_3 \mathit{l} - 3/2 F \mathit{l} = 0}$$

$$\mathbf{N_3 = 3/2\ F}$$

Quindi (N_3) è positivo, e l'asta **(AC) è un tirante**:



Per calcolare (N_2) potrei imporre l'equilibrio a momento intorno al nodo (A) (in questo caso il braccio della forza sarebbe uguale alla lunghezza dell'asta (AB)), o più comodamente l'equilibrio alla traslazione verticale dell'intera sezione (che si può anche interpretare come l'equilibrio a momento rispetto ad un punto che si trova all'infinito). Optiamo per questa seconda azione. La forza (N_2) è decomponibile in due forze, l'una orizzontale, l'altra verticale:



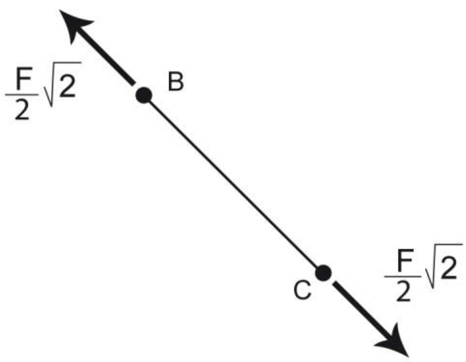
L'equilibrio alla traslazione verticale della parte sarà dunque:

$$3/2\ F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2} - F = 0$$

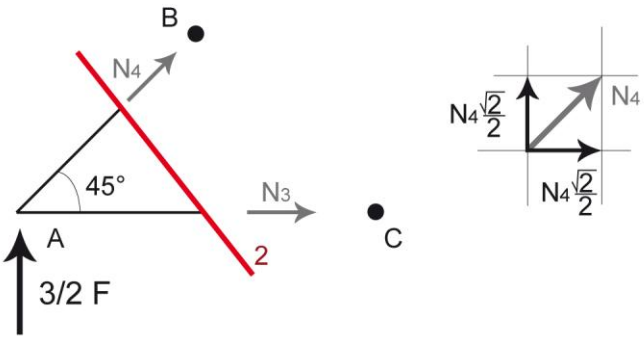
$$N_2 = (3/2\ F - F)\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$N_2 = F\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Essendo (N_2) un valore positivo, l'asta **(BC) è un tirante**:



Della prima parte di trave che stiamo studiando (vedi figura (3)) l'unica asta di cui non conosciamo il comportamento è l'asta (AB), che non era stata sezionata. Andiamo a fare una seconda sezione di Ritter:



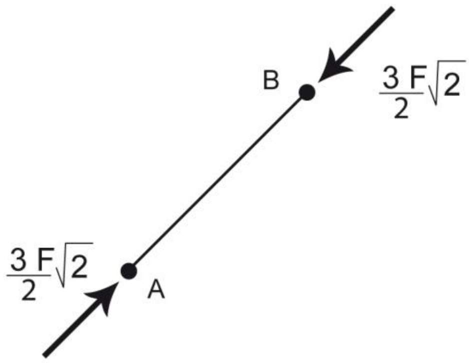
(4)

Conoscendo il valore di (N_3), possiamo scrivere sia l'equilibrio alla traslazione verticale che l'equilibrio alla traslazione orizzontale, i cui risultati non potranno differire tra di loro. Dall'equilibrio alla traslazione verticale, otterremo:

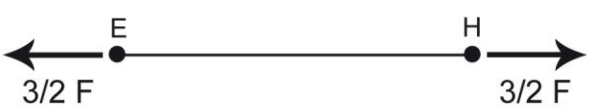
$$3/2\ F + N_4 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

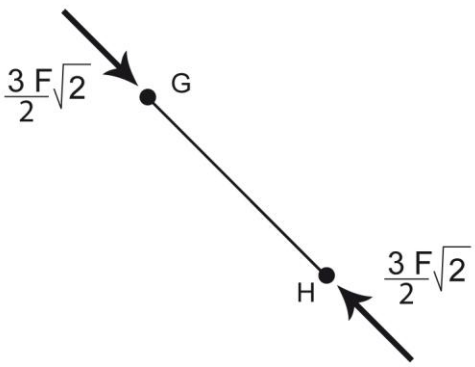
$$N_4 = -\frac{3F}{2}\sqrt{2}$$

Con (N_4) di valore negativo, l'asta **(AB) risulta essere un puntone**:

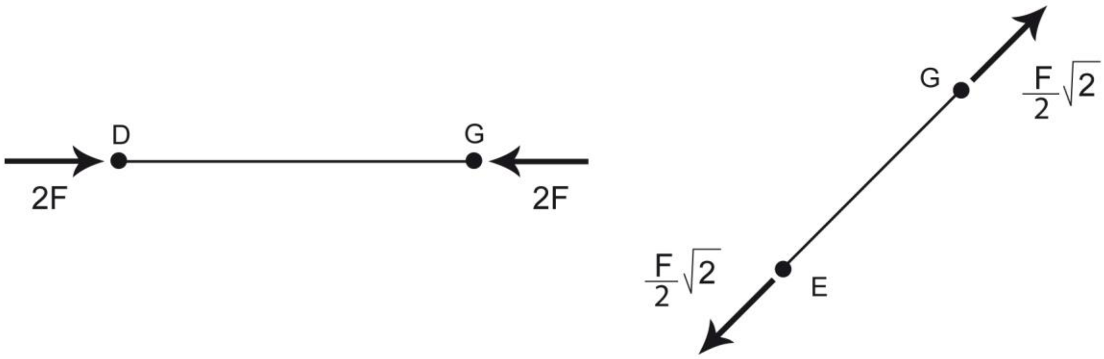


Ovviamente la struttura è simmetrica, nonché caricata simmetricamente, per cui tutti i valori finora trovati li possiamo riportare sulla parte di trave che per ora non abbiamo considerato, ottenendo:

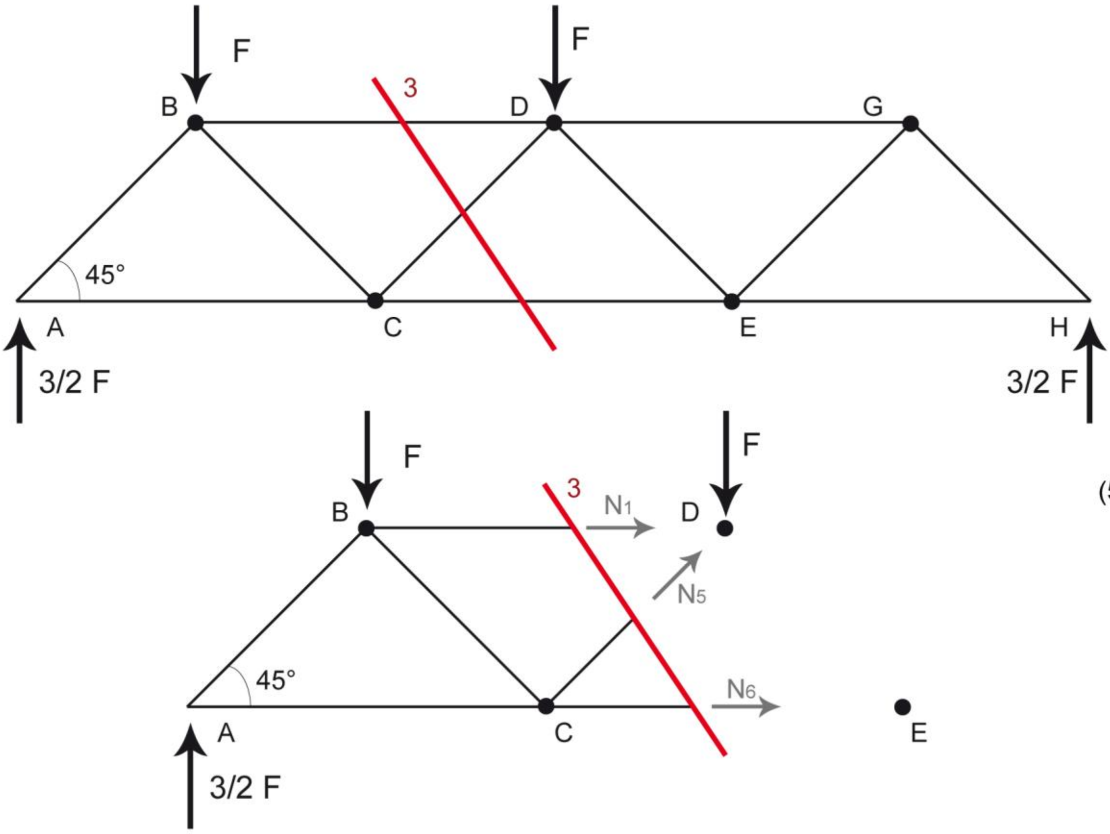




e:



Per completare il calcolo dobbiamo selezionare una terza sezione, come ad esempio quella in figura (5):



(5)

Di questa sezione conosciamo (N_1) perché è già stato calcolato, restano incogniti (N_5) e (N_6), che sono anche le ultime due forze che ci servono per completare lo studio della struttura.
Osservando la sezione, si nota che il punto (D) si trova sulla stessa retta d'azione di (N_1) ed (N_5), per cui dall'equilibrio a momento rispetto a (D), ricaviamo immediatamente (N_6):

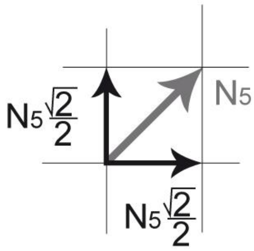
$$\mathbf{N_6 \mathit{l} - 3/2F(3\mathit{l}) + F\,2\mathit{l} = 0}$$

$$\mathbf{N_6 = 9/2\ F - 2F}$$

$$\mathbf{N_6 = 5/2\ F}$$

(N_6) è positivo, di conseguenza l'asta **(CE) è un tirante**:

Per calcolare (N_5) possiamo imporre l'equilibrio orizzontale o verticale della parte, ricordando che posso scomporre la forza come segue:



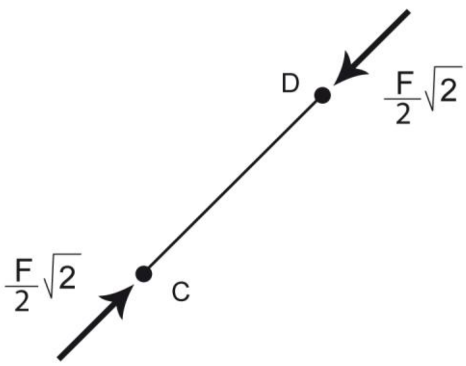
Dall'equilibrio alla traslazione verticale, otteniamo:

$$3/2\ F - F + N_5\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

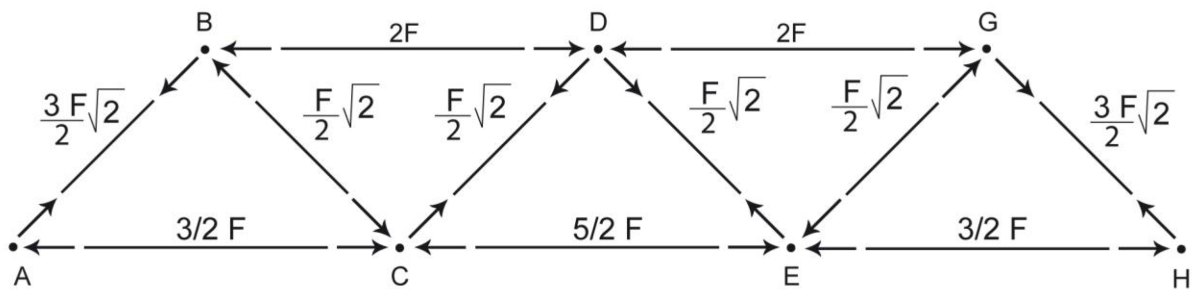
$$N_5 = (F - 3/2F)\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$N_5 = -\ \frac{F}{2}\sqrt{2}$$

(N_5) ha valore negativo, quindi l'asta **(CD) è un puntone**:



Complessivamente il sistema risulta essere il seguente:



(6)

Che è ovviamente identico al risultato quello ottenuto nel paragrafo precedente, attraverso il metodo dei nodi.