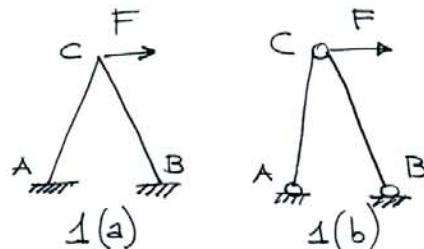


## Trasture reticolari (Esercitazione del 02/03/06).

Con il termine "trascutura reticolare" si intende un insieme di aste, tutte appartenenti allo stesso piano, rincolate reciprocamente mediante corniere interna.

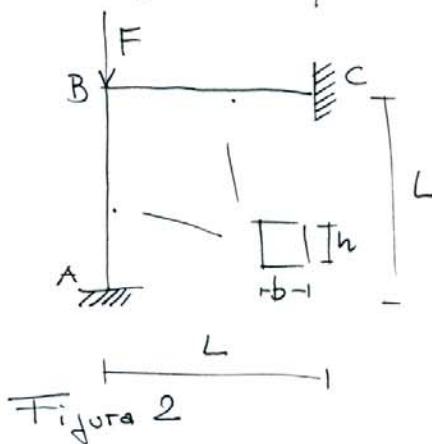
Nella realtà i rincoli interni di tali trascutture sono generalmente degli incasti, l'ipotesi di nodi corniera descrive in maniera coerente il comportamento statico del sistema nel caso di azioni esterne concentrate nei nodi, oltre a consentire un dimensionamento delle aste "a vantaggio di sicurezza".

E' cruciale comprendere come la rigidezza assiale di un'asta sia generalmente molto maggiore di quella flessionale, per cui se il sistema in figura 1a può trasferire



ai rincoli fino alle azioni esterne chiamaudo in causa la sola rigidezza estensionale, preferirà di gran lunga tale meccanismo rispetto a quello che chiamerebbe in causa la rigidezza flessionale. Difatto, dunque, il sistema 1(a) si comporta in maniera staticamente equivalente a quello in figura 1(b).

Per meglio comprendere tale concetto si consideri l'esempio



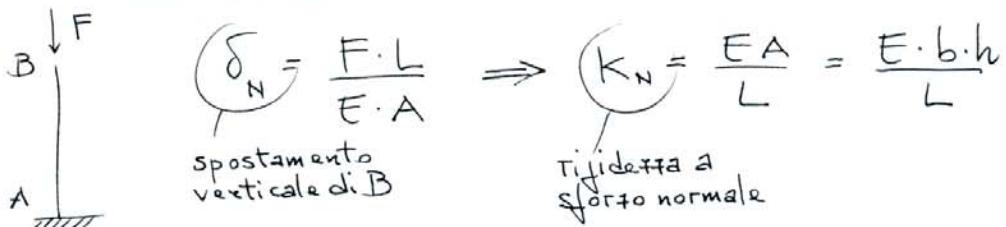
in figura 2. La forza  $F$  per essere trasferita ai rincoli esterni ha due possibili strade:

- giungere in A impegnando a sforzo normale l'asta AB
- giungere in C impegnando a flessione e taglio l'asta BC

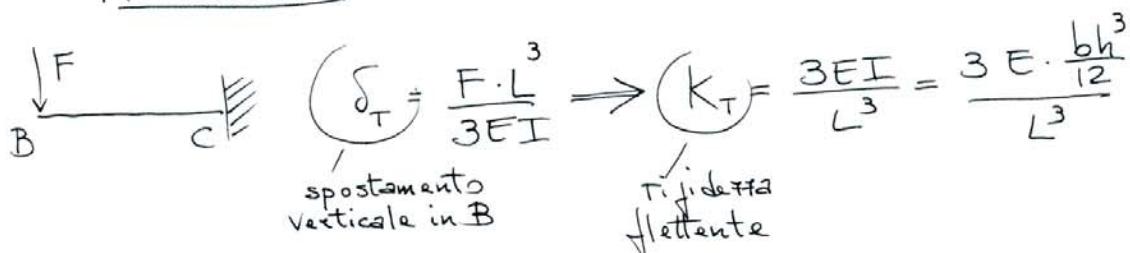
(1)

Valutiamo la rigidità relativa a tali due meccanismi elementari:

### Mecanismo 1



### Mecanismo 2



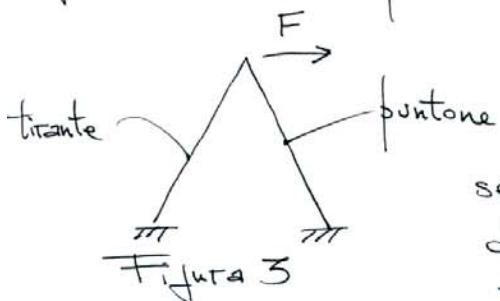
Se si esegue il rapporto tra le due rigidità si ottiene:

$$\alpha = \frac{K_N}{K_T} = \frac{E \cdot b \cdot h}{\cancel{L}} \cdot \frac{\cancel{L}^3}{\frac{3Ebh^3}{12}} = 4 \left( \frac{L}{h} \right)^2$$

lunghezza dell'asta  
altezza della sezione

Il rapporto  $\frac{L}{h}$  per elementi in c.a. si può considerare variabile tra 5 e 10, il che significa che il valore di  $\alpha$  varia tra 100 e 400, ovvero (nella particolare condizione in cui ci troviamo) la rigidità estensionale è almeno 2 ordini di grandezza maggiore di quella flessionale. Ciò giustifica quanto prima affermato.

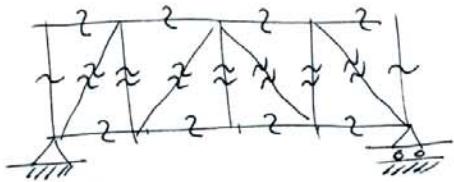
Le aste di una tracatura reticolare, dunque, sono soggette a solo sforzo normale, se questo è di compressione l'asta si dice



puntone, se è di trazione si dice tirante (figura 3).

Si distinguono, inoltre, asta di contorno, se appartenenti ad un unico triangolo o di parete, se appartenenti a più triangoli (figura 4)

(2)



~ aste di contorno  
 ~ aste di parete  
 le aste di parete si dicono "montanti" se verticali e "diagonali" se inclinate.

Figura 4

Un primo aspetto da analizzare è relativamente alle traviature tettonate: è il problema dell'isostaticità. Essendo il regime tensionale costituito da soli sforzi normali, l'equilibrio della stessa è garantito se l'insieme delle azioni trasferite dalle aste e dai vincoli esterni in ogni nodo (cioè in ogni punto in cui convergono più aste) ha come risultante il vettore nullo. Le equazioni a disposizione, dunque, nell'ambito del problema sono 2 (traslazione in due qualsiasi direzioni distinte) per ogni nodo, detto " $n$ " il numero di nodi sono così pari a " $2n$ ". Il numero di incognite è rappresentato dal valore dello sforzo nelle singole aste, e dalle reazioni esterne. Detto " $a$ " il numero delle aste ed essendo 3 il numero di reazioni che garantisce l'equilibrio esterno, il numero di incognite è pari ad " $a+3$ ". Se dunque il numero di aste è pari a:  $\boxed{a=2n-3}$  si ottiene una condizione necessaria alla isostaticità della traviatura. Tale condizione non è, però, anche sufficiente, come dimostra la struttura in figura 5.

Essa, infatti, presenta 8 nodi per un totale di 16 gradi di libertà (ovvero 16 egg. di equilibrio), 13 aste e 3 vincoli esterni.

La struttura è però labile presentando il meccanismo riportato in figura 5

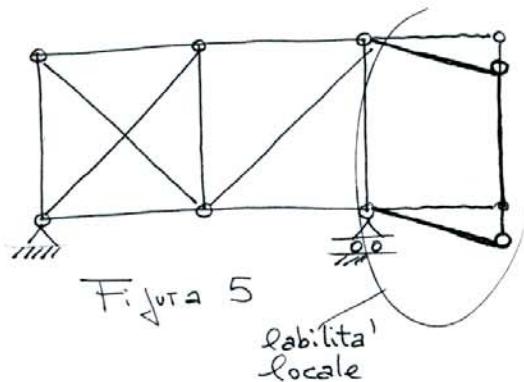


Figura 5

(3)

Un approccio semplificato per l'individuazione di eventuali labilità nel sistema è quello di trattare gli insiemi di aste "internamente isostatiche o iperstatiche" come fossero un unico tronco di una struttura equivalente. Un insieme di aste è "internamente isostatiche o iperstatiche" quando presenta centri relativi di rotazione non allineati. Di conseguenza 3 aste unite a formare un triangolo, sono un sistema internamente

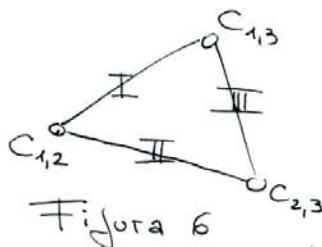


Figura 6

isostatico, essendo i centri relativi posizionati in corrispondenza delle cerniere. Lo stesso dicesi per sistemi di aste costituiti da maglie triangolari (eventuali aste aggiuntive alla maglia triangolare rendono il sistema internamente iperstatico).

Con riferimento alla figura f<sub>a</sub> la struttura dal calcolo relativo ad aste e nodi appare come isostatica, tuttavia essa può essere assimilata alla figura f<sub>b</sub> da cui appare evidente la labilità per "cattivo posizionamento delle aste".

Come metodo generale per stabilire l'isostaticità o meno di una tracatura reticolare, si può considerare ogni asta come corpo rigido, dotato di 3 gradi di libertà ed ogni cerniera in cui concorrono n' aste come un vincolo di molteplicità  $2(n-1)$ . Anche tale condizione è chiaramente solo necessaria.

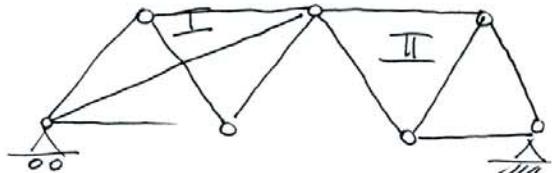
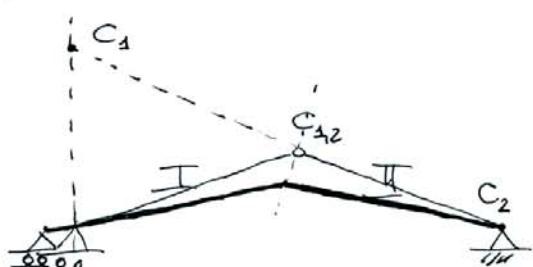


Figura f<sub>a</sub>



(4)

## Calcolo degli sforzi nelle aste

I metodi principali di calcolo sono 2:

- { 1 metodo di equilibrio ai nodi
- { 2 metodo delle sezioni (o sezioni di Ritter)

### (1) Metodo di equilibrio ai nodi

Se la struttura è in equilibrio deve essere in equilibrio ogni suo nodo, ovvero le equazioni  $\vec{R} = \vec{0}$ ,  $\vec{F} = \vec{0}$  devono essere rispettate per le azioni concorrenti in un singolo nodo. Poiché le forze concorrono in un punto  $\vec{F} = \vec{0}$  è automaticamente rispettata, restano due equazioni di equilibrio scalari. Per ogni nodo, dunque, le incognite risolvibili sono 2, è opportuno, quindi, partire dal nodo in cui concorrono il minor numero di aste e procedere progressivamente verso i nodi con più aste.

Se la struttura è isostatica il metodo porta sempre ad un sistema di equazioni risolvibile, un'opportuna scelta della sequenza dei nodi consente di avere una risoluzione più rapida.

### (2) Metodo delle sezioni o di Ritter

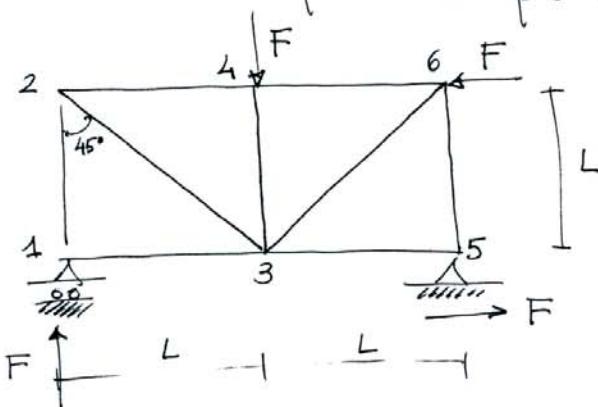
Tale metodo consente di determinare lo sforzo in un'asta di una struttura reticolare, soggetta ad una sollecitazione puramente nodale, supponendo note tutte le forze agenti e indipendentemente dal numero di aste incognite concorrenti nei suoi nodi estremi.

Si dice "sezione di Ritter" coniugata ad un'asta AB, una sezione che divide la struttura in due

parti e che tagli, oltre l'asta AB, un certo numero di altre asta tutte concorrenti in uno stesso punto (polo) proprio o improprio, non appartenente alla retta AB.

Per determinare lo sforzo in AB è sufficiente impostare l'equilibrio alla rotazione intorno al polo, se proprio, di una delle due parti in cui la sezione di Ritter divide la struttura. Se il polo è improprio, invece, basterà ricordare che l'equilibrio alla rotazione intorno ad un punto improprio corrisponde all'equilibrio alla traslazione in direzione perpendicolare rispetto a quella individuata dal polo stesso.

Al fine di chiarire lo spirito dei 2 metodi si propone di seguito un semplice esempio risolto con ambo gli approcci

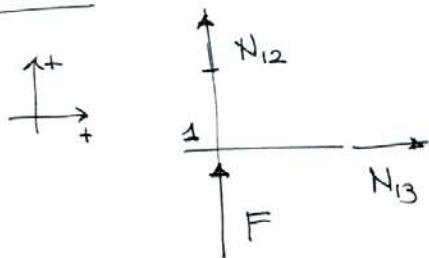


Il calcolo delle reazioni vincolari è la prima operazione da compiere

$$\begin{cases} V_1 = F \\ V_2 = 0 \\ H_5 = F \end{cases}$$

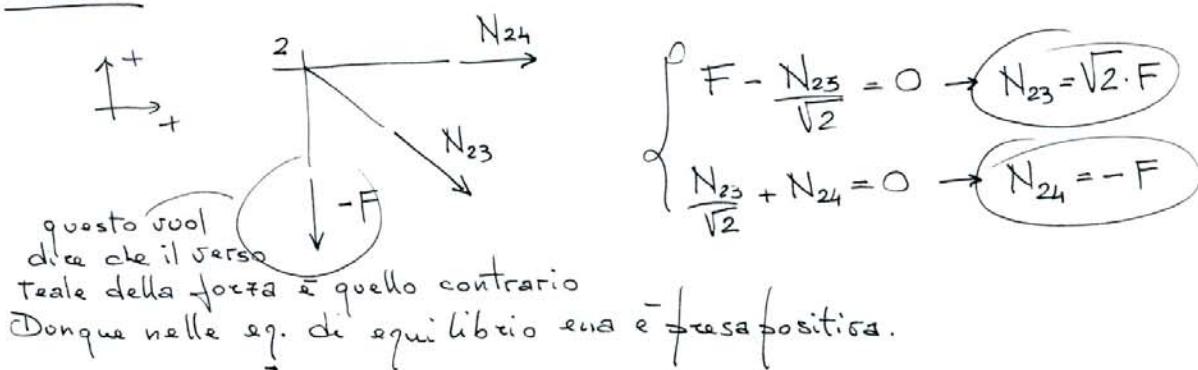
Si parte con gli equilibri del nodo ①, si sottolinea come in maniera del tutto convenzionale, ma coerente, i versi delle azioni delle aste sui nodi saranno presi esternamente al nodo. Si scelgono positivi per le azioni sui nodi saranno verso l'alto per le componenti verticali e verso destra per quelle orizzontali

### Nodo 1

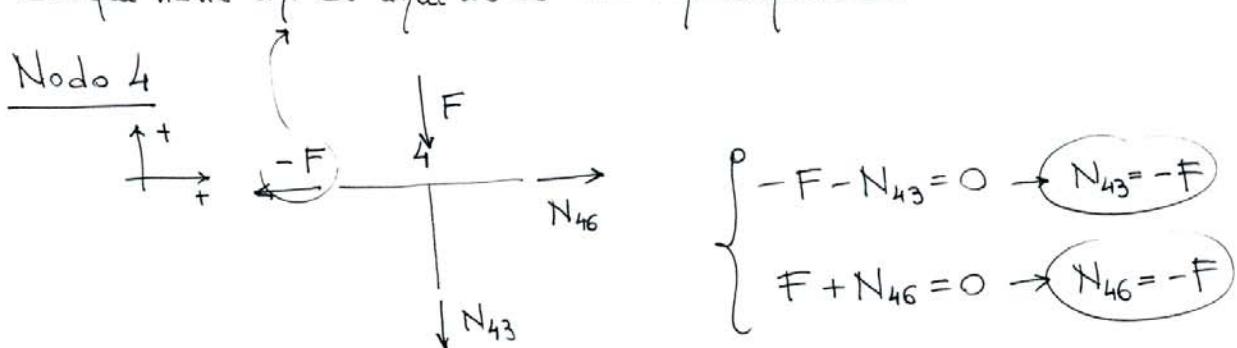


$$\begin{cases} N_{12} + F = 0 \\ N_{13} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_{12} = -F \\ N_{13} = 0 \end{cases}$$

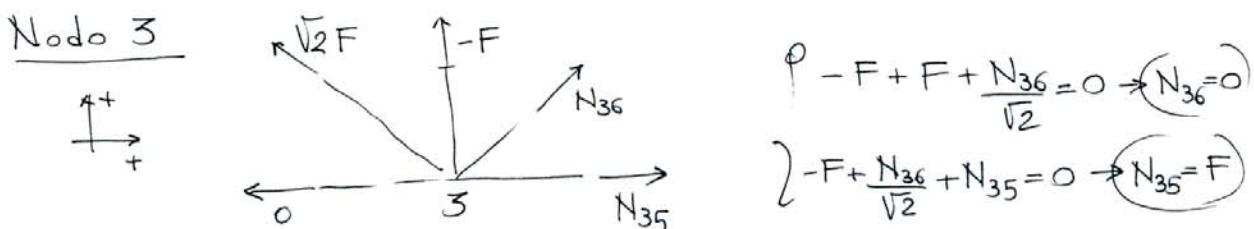
### Nodo 2



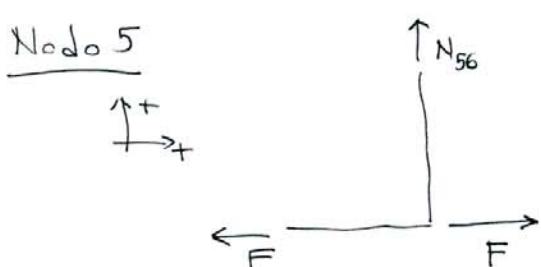
### Nodo 4



### Nodo 3



### Nodo 5

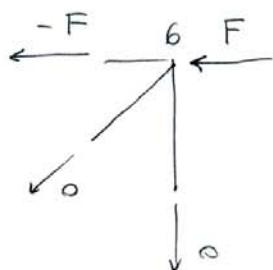


$$\begin{cases} N_{56} = 0 \\ F - F = 0 \end{cases}$$

si noti come l'eq. alla traslazione orizzontale risulti essere verificato in assenza di sforzi incogniti in asta orizzontali

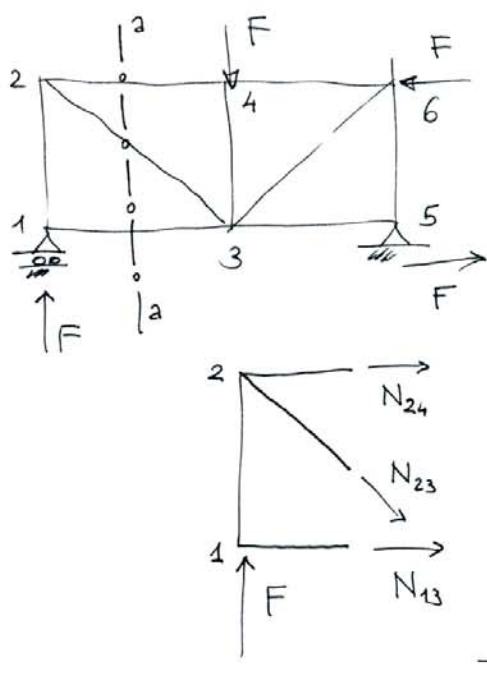
(7)

Nell'ultimo nodo, il 6, non ci sono sforzi incogniti nelle aste



La scelta dell'equilibrio del nodo rappresenta una prosa della bontà dei calcoli.

Supponiamo ora di voler calcolare il solo sforzo nell'asta 2-3 con il metodo delle sezioni di Ritter:



La sezione 2-a rappresenta una buona scelta in quanto le altre due aste tagliate, oltre la 2-3, si intersecano in un punto improprio lungo una direzione che non è quella di 2-3. Per trovare il valore dello sforzo cercato basterà scrivere un'equazione di equilibrio alla traslazione verticale sull'uno di lato evidenziato

$$-\frac{N_{23}}{\sqrt{2}} + F = 0 \quad \boxed{N_{23} = \sqrt{2}F}$$

coincidentemente con quanto già calcolato.

La stessa sezione può essere utilizzata per il calcolo dello sforzo nell'asta 2-4. In tal caso l'equazione da scrivere è quella di equilibrio alla rotazione intorno al nodo 3

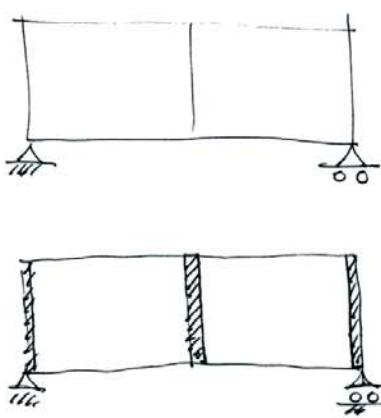
(7)  $F \cdot \cancel{4} + N_{24} \cdot \cancel{4} = 0 \rightarrow \boxed{N_{24} = -F}$

(8)

## Trave Vierendeel

Prende il nome dall'ingegnere belga Arthur Tules Vierendeel (1852-1940), il quale studiò in generale il comportamento statico delle traviature e mise a punto questa tipologia di sistema strutturale.

Si tratta di una trave reticolare costituita da due correnti collegati da montanti, senza la presenza di alcuna diagonale. In tale trave la tendenza allo scorrimento viene contrastata dai montanti che risultano così sollecitati a flessione. Non avendo, infatti, le maglie triangolari, ma rettangolari, non è attivabile un regime di solo sforzo normale per trasferire le azioni di ricambi esterni, per cui sia i correnti che i montanti sono soggetti anche a flessione e taglio.



La struttura, se opportunamente rincolata, presenta comportamento isostatico esternamente, ma risulta internamente iperstatica. È noto che se una struttura presenta " $n$ " maglie rettangolari essa risulta " $3n$ " volte internamente iperstatica (servono infatti  $n$  tagli, cioè  $n$  sconnessioni di 3 gradi di libertà, per ridurla ad un unico tronco). Per semplificare lo studio si ricorre all'utilizzo del cosiddetto "metodo di Essinger",

(9)

in cui si fa l'ipotesi che i montanti risultino infinitamente tifidi, inibendo, di fatto, le rotazioni in corrispondenza dei nodi.

La deformazione della trave è così analoga a quella di un telaio

"shear-type", ed i medesimi metodi di analisi possono essere utilizzati.

Si riporta di seguito un esauritivo esempio di calcolo tratto dal libro del prof. G. Sarà, che riporta il calcolo completo delle sollecitazioni su di una trave Vierendeel a 4 campi.

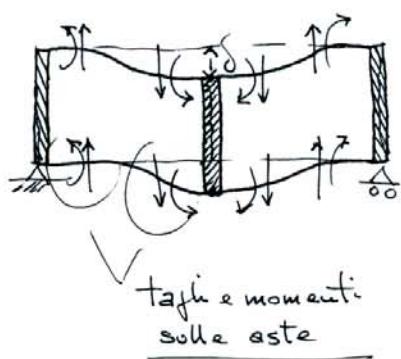


Tabella XXXI, I

Momenti	$M^{(0)}$	$+ (\alpha^{(1)} \times M^{(1)})$	$+ (\alpha^{(2)} \times M^{(2)}) = M(\text{kNm})$
$M_{AB}$	0	- 0,0277	- 463
$M_{BA}$	"	"	- 331
$M_{BC}$	"	11	331
$M_{CB}$	"	"	28
$M_{CD}$	"	"	- 28
$M_{DC}$	"	"	392
$M_{DE}$	"	"	- 392
$M_{ED}$	"	"	- 494

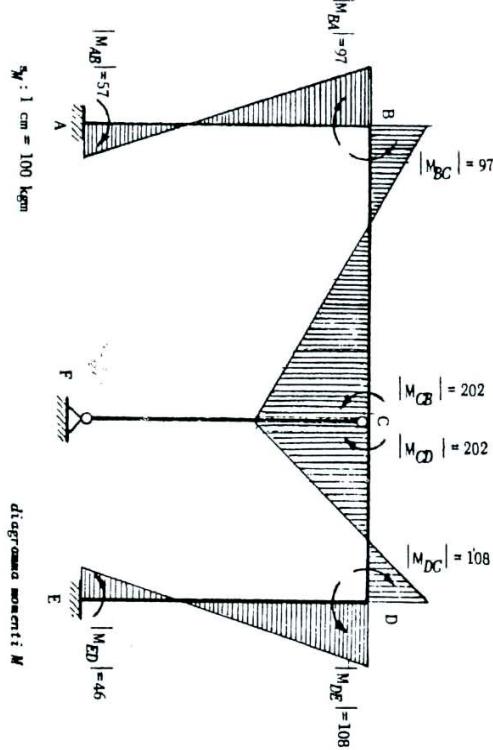


diagramma momenti  $M$

Fig. 444

$\text{kg} : 1 \text{ cm} = 100 \text{ kgm}$

(\*) Vedi: O. BELLUZZI - Scienza delle Costruzioni, vol. II - Zanichelli, Bologna; E. GIANARECO - Teoria e Técnic della Costruzioni, vol. II - Liguori, Napoli.

## B) TRAVATURE (\*)

ESERCIZIO 124 - Determinazione del diagramma dei momenti e dei valori degli sforzi normali nelle aste per una trave Vierendeel in acciaio.

1) Canti: vedi fig. 445

Asta	Sezione
BC	2I 60x6
CD	2I 60x6
DE	2I 60x6
EF	2I 60x6
BA	2I 80x8
CI	2I 80x8
DI	2I 80x8
EH	2I 80x8
FG	2I 80x8
AL	2I 40x4
LI	2I 40x4
IH	2I 40x4
IG	2I 40x4

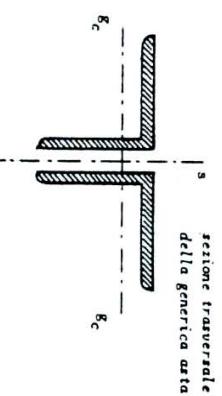


Fig. 445

2) Quantità da determinare: tracciare il diagramma dei momenti e determinare gli sforzi normali nelle aste.

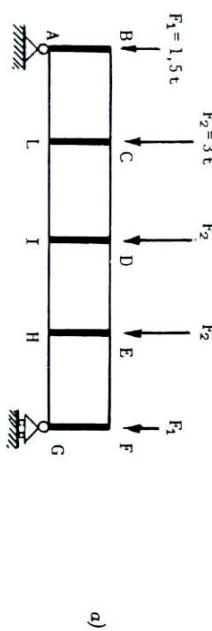
3.) **Osservazioni:**

- non tener conto del peso proprio delle aste;
- effettuare il calcolo mediante il metodo approssimato di Engesser (\*) ipotizzando cioè montanti infinitamente rigidi.

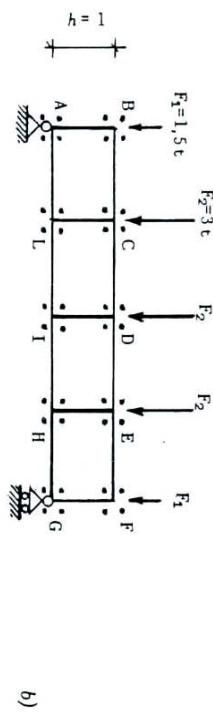
4.) **Calcolo:**

a) *schematizzazione di calcolo*

In conformità con l'ipotesi alla base del procedimento di



a)



b)

(\*) Si riportano qui di seguito alcuni richiami del procedimento di Engesser per il calcolo delle travi Werendael.

Come è noto tale procedimento è basato sull'ipotesi di montanti infinitamente rigidi. Con riferimento a tale schematizzazione si procede, in perfetta analogia con la fase del procedimento di Grinter relativa al calcolo dei momenti d'incastro perfetto, alla determinazione dei tagli e dei momenti nei correnti.

Per ogni campo della travatura si può infatti calcolare il taglio che compete al corrente superiore ed a quello inferiore mediante ripartizione del taglio complessivo secondo i classici coefficienti di ripartizione a taglio. Nota il valore del taglio nei correnti è possibile ricavare, quando si tenga conto che a causa della schematizzazione addotta i momenti hanno andamento lineare nei singoli campi con punto di nullo a metà campo, i valori dei momenti nei correnti stessi in corrispondenza dei nodi.

La determinazione degli sforzi normali nei correnti può essere perseguita attraverso l'imposizione delle condizioni di equilibrio alla rotazione ed alla traslazione orizzontale delle parti di travatura delimitate da sezioni verticali effettuate in corrispondenza della mezza stra di ciascun campo (in corrispondenza di tali sezioni i momenti nei correnti risultano, come già detto, nulli a causa della schematizzazione adottata).

I momenti, i tagli e gli sforzi normali nei montanti possono essere infine determinati attraverso l'imposizione delle condizioni di equilibrio alla rotazione ed alla traslazione dei nodi.

Fig. 445

(\*) Confronta: O. BELUZZI - Scienze delle Costruzioni, vol. II, cap. XX, par. 477 - Zanichelli, Bologna.

Engesser (\*) si considerano i montanti infinitamente rigidi per cui la travatura si può schematizzare indifferenemente come indicato in fig. 445 a) o b).

b) *rigidezza a taglio delle aste dei correnti*  
Indicati con  $I_s$  ed  $I_i$  i momenti d'inerzia costanti delle sezioni del corrente superiore ed inferiore relativamente ai rispettivi assi baricentrici  $g_c-g_c$  normali agli assi di sollecitazione  $s-s$  (fig. 445), si ha (vedi tabella VI all'Appendice del I volume):

d) reazioni degli appoggi

Basta la simmetria dello schema, indicate con  $R_A$  ed  $R_G$  le reazioni verticali degli appoggi, risultano:

$$R_A = R_G = \frac{\frac{3 E_2 + 2 F_1}{2} = \frac{3 \times 3000 + 2 \times 1500}{2}}{2} = 6000 \text{ kg}$$

Per le rigidezze a taglio, a causa dei valori costanti di  $T_s$  e di  $l$ , si hanno valori costanti per tutte le aste del corrente superiore e per tutte le aste del corrente inferiore.

Indicati con  $V_s$  e  $V_i$  tali valori costanti si ha:

- per le aste del corrente superiore:

$$V_s = \frac{12 E T_s}{l^3} = \frac{12 E}{l^3} \times 45,6 \text{ kg/cm}$$

- per le aste del corrente inferiore:

$$V_i = \frac{12 E T_i}{l^3} = \frac{12 E}{l^3} \times 8,94 \text{ kg/cm}$$

c) coefficienti di ripartizione dei tagli

Per tutti i campi, data la costanza delle rigidezze a taglio  $V_s$  e  $V_i$ , risulta (\*):

$$\rho_s = \frac{V_s}{V_s + V_i} = \frac{45,6}{45,6 + 8,94} = \frac{45,6}{54,5} = 0,836$$

$$\rho_i = \frac{V_i}{V_s + V_i} = \frac{8,94}{54,5} = 0,164$$

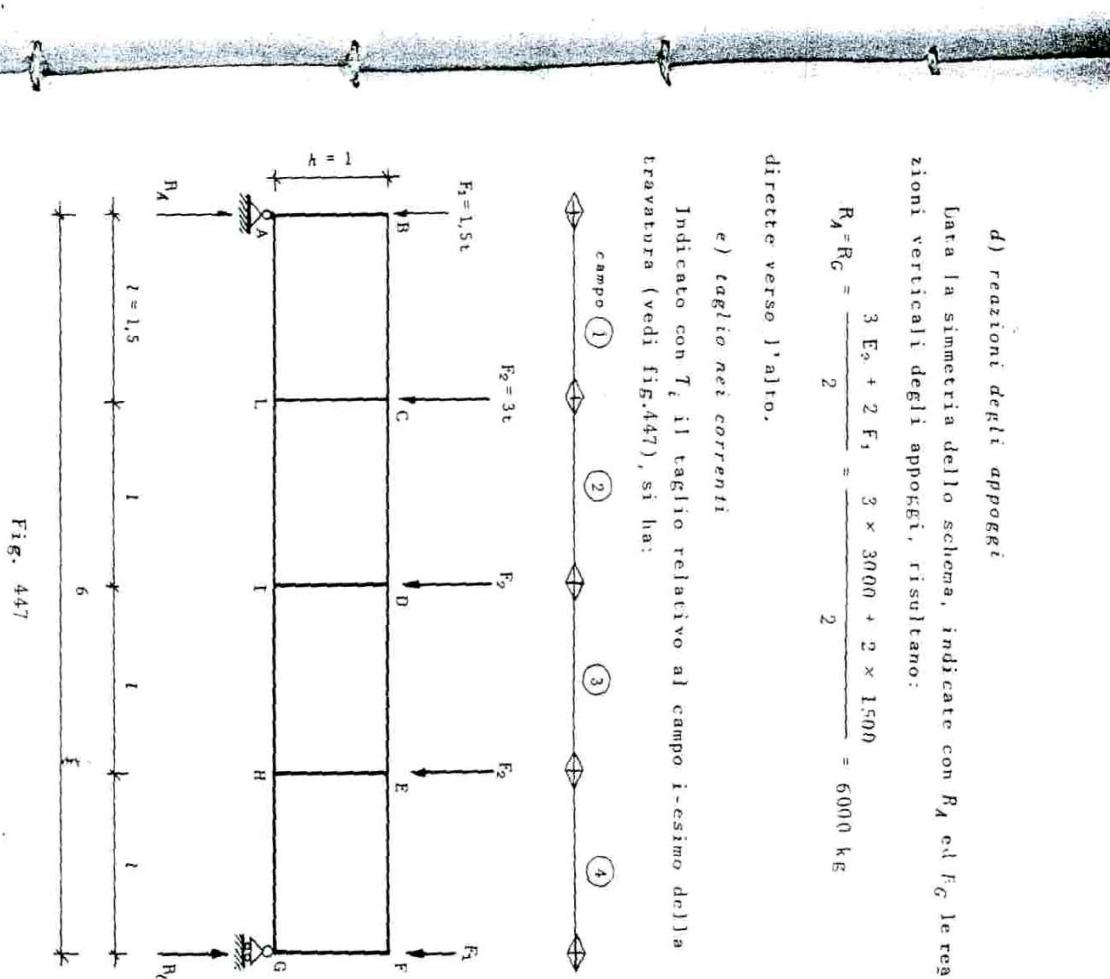


Fig. 447

$$T_3 = R_A - F_1 = 6000 - 1500 = 4500 \text{ kg}$$

(\*) Con  $\rho_s$  e  $\rho_i$  si sono indicati rispettivamente i coefficienti di ripartizione dei tagli relativamente al corrente superiore ed al corrente inferiore.

$$T_2 = R_A - F_1 - F_2 = 6000 - 1500 - 3000 = 1500 \text{ kg}$$

$$T_3 = - T_2 = - 1500 \text{ kg}$$

$$T_4 = - T_1 = - 4500 \text{ kg}$$

Si ha di conseguenza:

$$T_{BC} = \rho_s T_1 = 0,836 \times 4500 = 3762 \text{ kg}$$

$$T_{AL} = \rho_i T_1 = 0,164 \times 4500 = 739 \text{ kg}$$

$$T_{CD} = \rho_s T_2 = 0,836 \times 1500 = 1254 \text{ kg}$$

$$T_{LI} = \rho_i T_2 = 0,164 \times 1500 = 246 \text{ kg}$$

$$T_{DF} = - T_{CI} = - 1254 \text{ kg}$$

$$T_{IH} = - T_{LI} = - 246 \text{ kg}$$

$$T_{EF} = - T_{BC} = - 3762 \text{ kg}$$

$$T_{HG} = - T_{AL} = - 739 \text{ kg}$$

f) momenti ai nodi nei correnti

Tenendo conto che a causa dell'ipotesi di infinita rigidezza dei montanti nelle sezioni di mezzeria delle aste dei correnti il momento e' nullo, si ha (\*) (fig. 448 a)).

$$M_{RC} = M_{CB} = - |T_{BC}| \cdot \frac{l}{2} = - 3762 \times \frac{1,5}{2} = - 2821 \text{ kgm}$$

$$M_{CD} = M_{HC} = - |T_{CD}| \cdot \frac{l}{2} = - 1254 \times \frac{1,5}{2} = - 940 \text{ kgm}$$

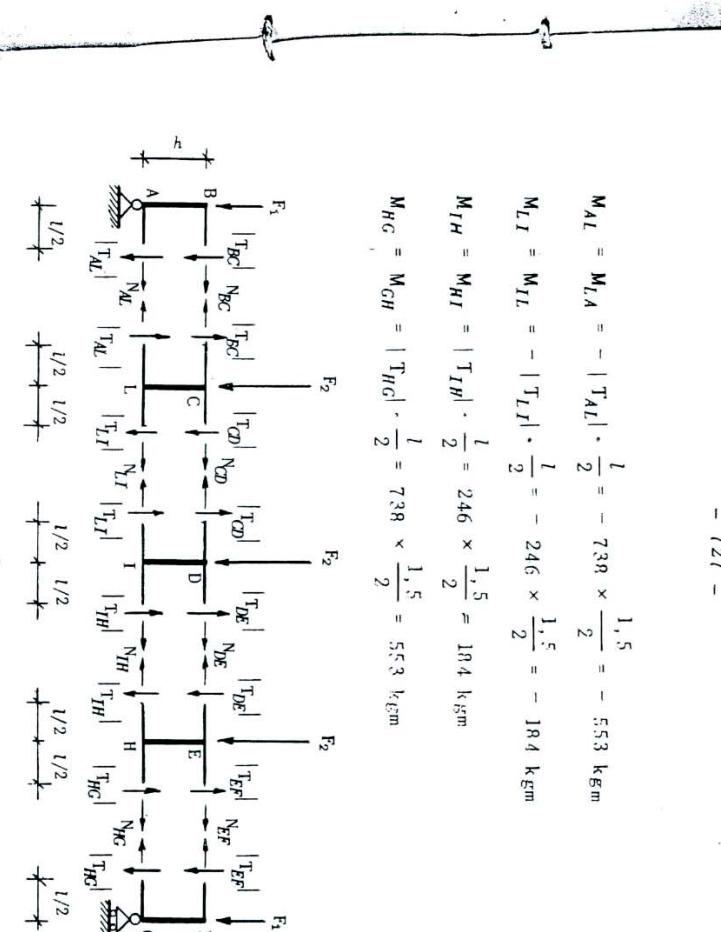
$$M_{HF} = M_{ED} = - |T_{DE}| \cdot \frac{l}{2} = 1254 \times \frac{1,5}{2} = 940 \text{ kgm}$$

$$M_{EF} = M_{FE} = - |T_{EF}| \cdot \frac{l}{2} = 3762 \times \frac{1,5}{2} = 2821 \text{ kgm}$$

$$M_{AL} = M_{LA} = - |T_{AL}| \cdot \frac{l}{2} = - 739 \times \frac{1,5}{2} = - 553 \text{ kgm}$$

$$M_{LI} = M_{IL} = - |T_{LI}| \cdot \frac{l}{2} = - 246 \times \frac{1,5}{2} = - 184 \text{ kgm}$$

$$M_{IH} = M_{HI} = |T_{IH}| \cdot \frac{l}{2} = 739 \times \frac{1,5}{2} = 553 \text{ kgm}$$



N.B. - Gli sforzi normali  $N$  sono stati riportati col verso assunto positivo per convenzione. I tagli  $T$  e le reazioni  $R$  sono stati riportati coi loro versi effettivi.

Fig. 448

(\*) Per il segno dei momenti si e' adottata la convenzione di Cross e quindi sono stati assunti positivi i momenti che come azione delle aste sui nodi risultano anteriori.

Le condizioni di equilibrio alla traslazione delle parti di

travatura delimitate da sezioni in mezzeria dei campi (fig. 448)

b) e c)) forniscono (\*):

$$N_{BC} + N_{AL} = 0 \quad \text{da cui} \quad N_{BC} = - N_{AL}$$

$$N_{CD} + N_{LI} = 0 \quad \text{da cui} \quad N_{CD} = - N_{LI}$$

Le ulteriori relazioni utili per la determinazione degli sforzi normali vengono fornite dalle condizioni di equilibrio alla rotazione attorno a genericci punti del piano medio della struttura, ad esempio attorno ai punti  $B^*$  e  $C^*$ . Si ottiene, rispettivamente:

i momenti nei punti sono nulli

$$- N_{AL} \cdot h - F_1 \frac{l}{2} + R_A \frac{l}{2} = 0$$

$$- N_{LI} \cdot h - F_1 \left( l + \frac{l}{2} \right) + F_2 \frac{l}{2} + R_A \left( l + \frac{l}{2} \right) = 0$$

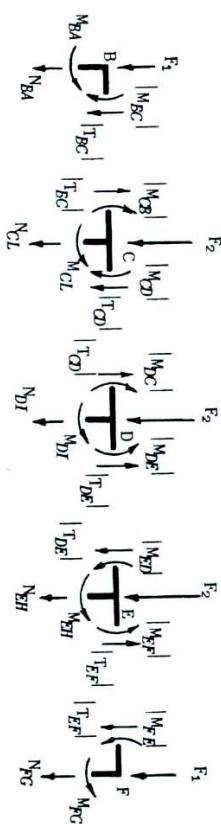
da cui:

$$N_{AL} = \frac{1}{h} \left( - F_1 \frac{l}{2} + R_A \frac{l}{2} \right) = - 1500 \times \frac{1,5}{2} + 6000 \times \frac{1,5}{2} =$$

$$= 3375 \text{ kg}$$

$$N_{LI} = \frac{1}{h} \left[ - F_1 \left( l + \frac{l}{2} \right) - F_2 \frac{l}{2} + R_A \left( l + \frac{l}{2} \right) \right] =$$

$$= - 1500 \times \left( 1,5 + \frac{1,5}{2} \right) - 3000 \times \frac{1,5}{2} + 6000 \times \left( 1,5 + \frac{1,5}{2} \right) = 7875 \text{ kg}$$



N.B. - Sforzi normali  $N$  e momenti  $M$  nei montanti sono stati riportati coi versi assunti positivi per convenzione. Tagli  $T$  e momenti  $M$  nei correnti sono stati riportati coi loro versi effettivi.

- In corrispondenza dei nodi del corrente superiore si sono indicati i soli momenti e le sole forze ad azione verticale; in corrispondenza dei nodi del corrente inferiore i soli momenti. Fig. 449

e quindi (\*):

$$N_{BC} = - 3375 \text{ kg}$$

$$N_{CD} = - 7875 \text{ kg}$$

ed ancora, per la simmetria:

$$N_{DE} = N_{CD} = - 7875 \text{ kg}$$

$$N_{EF} = N_{BC} = - 3375 \text{ kg}$$

$$N_{IH} = N_{LI} = 7875 \text{ kg}$$

$$N_{HG} = N_{AL} = 3375 \text{ kg}$$

h) momenti ai nodi nei montanti

Le condizioni di equilibrio alla rotazione dei nodi si scrivono quindi:

(\*) Gi sforzi normali nelle aste dei correnti si sarebbero potuti determinare più rapidamente tenendo conto che essi debbono formare una coppia (momento interno) di valore pari al momento delle forze esterne rispetto alla sezione di mezzeria del campo considerato (momento esterno).

(\*) Ci si è limitati, per la simmetria, a considerare i primi due campi della travatura.

vano (\*) (fig. 449):

$$\begin{aligned}
 & - M_{BA} + |M_{BC}| = 0 ; \quad - M_{AD} + |M_{AL}| = 0 \\
 & - M_{CL} + |M_{CB}| + |M_{CD}| = 0 ; \quad - M_{LC} + |M_{LA}| + |M_{LT}| = 0 \\
 & - M_{DI} + |M_{DC}| + |M_{DE}| = 0 ; \quad - M_{ID} + |M_{IL}| - |M_{IR}| = 0 \\
 & - M_{EH} + |M_{ED}| - |M_{EF}| = 0 ; \quad - M_{HE} - |M_{IR}| - |M_{HG}| = 0 \\
 & - M_{FG} - |M_{FE}| = 0 ; \quad - M_{GF} - |M_{GF}| = 0
 \end{aligned}$$

da cui:

$$\begin{aligned}
 M_{BA} &= |M_{BC}| = 2821 \text{ kNm} ; \quad M_{BA} = |M_{AL}| = 553 \text{ kNm} \\
 M_{CL} &= |M_{CB}| + |M_{CD}| = 2821 + 940 = 3751 \text{ kNm} \\
 M_{LC} &= |M_{LA}| + |M_{LT}| = 553 + 184 = 737 \text{ kNm} \\
 M_{DI} &= |M_{DC}| - |M_{DE}| = 940 - 940 = 0 \\
 M_{EH} &= |M_{ED}| - |M_{EF}| = 184 - 184 = 0 \\
 M_{FG} &= |M_{IL}| - |M_{IR}| = 184 - 184 = 0 \\
 M_{EF} &\approx - |M_{ED}| - |M_{EF}| = - 940 - 2821 = - 3751 \text{ kNm} \\
 M_{HF} &\approx - |M_{IR}| - |M_{HC}| = - 184 - 553 = - 737 \text{ kNm} \\
 M_{FG} &\approx - |M_{FE}| \approx - 2821 \text{ kNm} ; \quad M_{GF} = - |M_{GF}| \approx - 553 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

i) sforzi normali nei montanti  
Le condizioni di equilibrio alla traslazione verticale dei nodi del corrente superiore si scrivono (\*) (\*\*) (fig. 449):

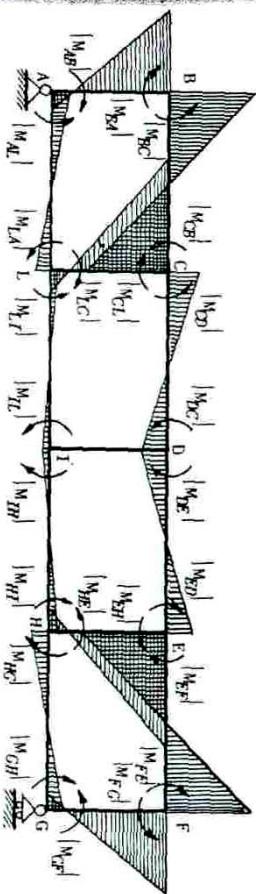
$$\begin{aligned}
 N_{BA} + F_1 + |T_{BC}| &= 0 , \\
 N_{CL} + F_2 - |T_{BC}| + |T_{CD}| &= 0 , \\
 N_{DI} + F_2 - |T_{CD}| - |T_{DE}| &= 0 , \\
 N_{EH} + F_2 + |T_{DE}| - |T_{EF}| &= 0 , \\
 N_{FG} + F_1 + |T_{EF}| &= 0
 \end{aligned}$$

da cui:

$$\begin{aligned}
 N_{BA} &\approx - F_1 - |T_{BC}| = - 1500 - 3762 = - 5262 \text{ kN} \\
 N_{CL} &\approx - F_2 + |T_{BC}| - |T_{CD}| = - 3000 + 3762 - 1254 = - 492 \text{ kN} \\
 N_{DI} &\approx - F_2 + |T_{CD}| + |T_{DE}| \approx - 3000 + 1254 + 1254 = - 492 \text{ kN} \\
 N_{EH} &\approx - F_2 - |T_{DE}| + |T_{EF}| = - 3000 - 1254 + 3762 = - 492 \text{ kN} \\
 N_{FG} &\approx - F_1 - |T_{EF}| \approx - 1500 - 3762 = - 5262 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

### 1) diagramma dei momenti

Il diagramma dei momenti e' riportato in fig. 450.



$\frac{M}{kN} : 1 \text{ cm} = 2000 \text{ kNm}$

N.B. - I momenti indicati in corrispondenza dei nodi rappresentano le azioni dei nodi sulle astre.

Fig. 450

(\*) Tenendo conto della simmetria si poteva limitare la scrittura delle equazioni di equilibrio ai soli nodi di metà struttura e ricavare i valori dei momenti nei montanti relativi a tale parte utilizzando poi, per la determinazione dei restanti momenti, le condizioni di simmetria.

(\*\*) Anche in questo caso, come per la determinazione dei momenti nei montanti (vedi nota a pag. 730), si poteva, utilizzando le condizioni di simmetria, limitare la scrittura delle equazioni di equilibrio ai nodi di metà struttura.