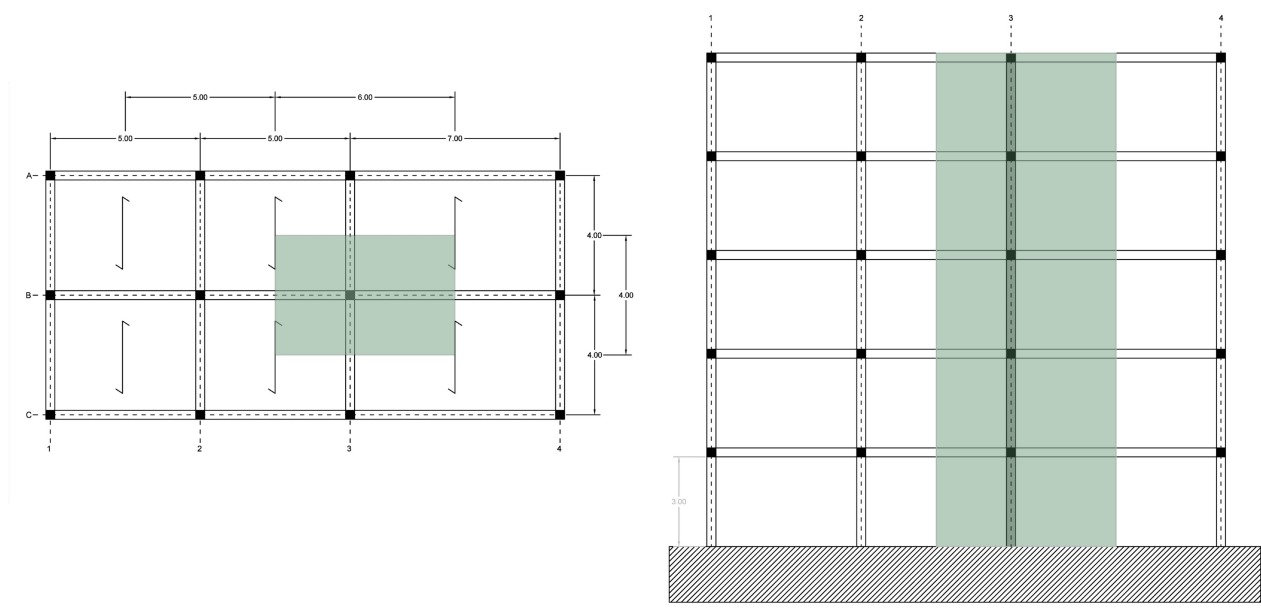


DIMENSIONAMENTO PILASTRO

In questa esercitazione viene dimensionato il pilastro più sollecitato della carpenteria scelta, appartenente ad un generico edificio di 5 piani; il pilastro più sollecitato sarà uno del piano terra, in quanto porta tutti i carichi trasmessi dai piani superiori.



Il dimensionamento varia a seconda del materiale scelto, ma la prima sezione della tabella Excel, riguardante le dimensioni dell'area di influenza, rimane costante.

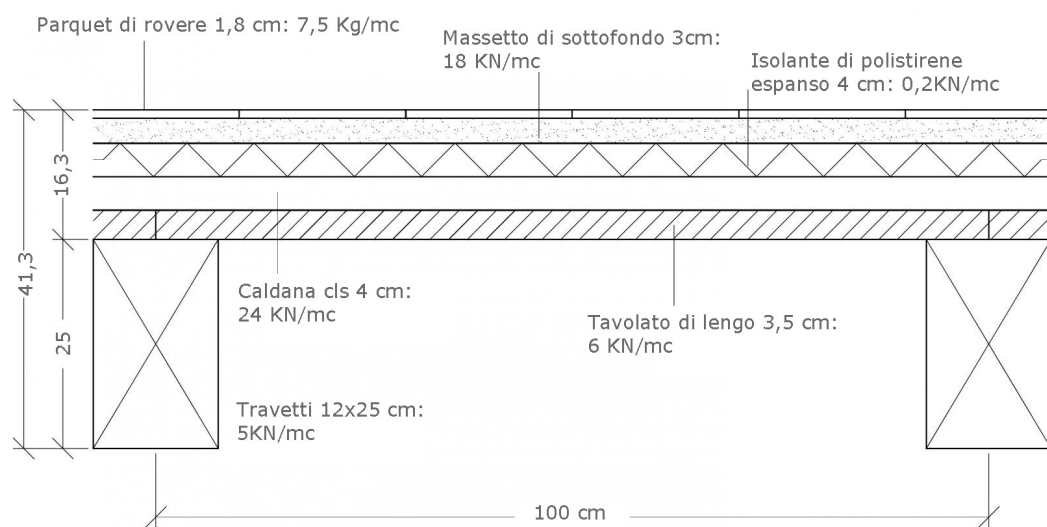
L ₁	L ₂	Area
m	m	m ²
6,00	4,00	24,00

$$\text{Area} = L_1 * L_2$$

L₁= trave principale
L₂= trave secondaria

LEGNO

Prendo in considerazione il solaio e i carichi delle esercitazioni precedenti.



Carico peso proprio travi

Calcolo il peso proprio della trave principale (tp) e della trave secondaria (ts), moltiplicando l'area della sezione per peso specifico del materiale:

L ₁	L ₂	Area	trave _p	trave _s	q _{trave}
m	m	m ²	kN/m	kN/m	kN
6,00	4,00	24,00	1,82	1,82	23,66

$$T_p = (0,35 * 0,65) \text{ mq} * 8 \text{ KN/mc} = 1,82 \text{ KN/m}$$

$$T_s = (0,35 * 0,65) \text{ mq} * 8 \text{ KN/mc} = 1,82 \text{ KN/m}$$

$$q_{travi} = (TraveP * L_1 * 1,3) + (TraveS * L_2 * 1,3) = 23,66 \text{ KN}$$

Carico solaio

Si ricava dalla combinazione di carico allo Stato Limite Ultimo del carico strutturale (qs), di quello permanente (qp) e di quello accidentale (qa), moltiplicati per l'area di influenza.

q _s	q _p	q _a	q _{solaio}
kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN
0,51	3,22	2,00	203,65

$$q_{solaio} = (1,3q_s + 1,5q_p + 1,5q_a) * \text{Area}$$

$$q_s = 0,51 \text{ KN/mq}$$

$$q_p = 3,215 \text{ KN/mq}$$

$$q_a = 2 \text{ KN/mq}$$

Si può calcolare la forza di compressione agente sul pilastro del piano terra:

q _{trave}	q _s	q _p	q _a	q _{solaio}	n _{piani}	N
kN	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN		kN
23,71	0,51	3,22	2,00	203,65	5	1137

$$N = (q_{trave} + q_{solaio}) * n_{piani}$$

Si può procedere al dimensionamento della sezione del pilastro, partendo dalle caratteristiche del materiale che ci consentiranno di stabilire l'area minima necessaria affinché il materiale non entri in crisi.

Avendo scelto un legno lamellare di classe GL24C, con una classe di durata lunga e una classe di servizio 2, si avranno i seguenti valori:

$$f_{c,0,k} = 21 \text{ MPa}; k_{mod} = 0,70; \gamma_m = 1,45$$

f _{c,0,k}	k _{mod}	γ _m	f _{c0d}	A _{min}
Mpa			Mpa	cm ²
21,00	0,70	1,45	10,14	1121,1

Si calcola il raggio d'inerzia minimo della sezione che, nel caso di sezioni rettangolare, permette di trovare il valore minimo della base. Si inseriscono nella tabella i valori del modulo di Elasticità (E) del materiale, β che in questo caso vale 1 e della luce.

Grazie a questi valori otteniamo:

E,005	β	l	λ _{max}	ρ _{min}	b _{min}	b
Mpa		m		cm	cm	cm
8800	1,0	3,00	92,51	3,24	11,23	25,00

valore massimo della snellezza:

$$\lambda_{max} = \pi \sqrt{(E/f_{cd})}$$

valore minimo del raggio d'inerzia:

$$\rho_{min} = l_0 / \lambda_{max}$$

Dal momento che $\rho_{min} = \sqrt{(b/12)}$, $b = 2\sqrt{3} \rho_{min}$

Il valore trovato è un minimo, quindi la sezione va ingegnerizzata.

Valore dell'altezza: $h_{min} = A_{min}/b$

A_{min}	E,005	β	l	λ_{max}	ρ_{min}	b_{min}	b	h_{min}
cm ²	Mpa		m		cm	cm	cm	cm
1121,1	8800	1,0	3,00	92,51	3,24	11,23	25,00	44,84

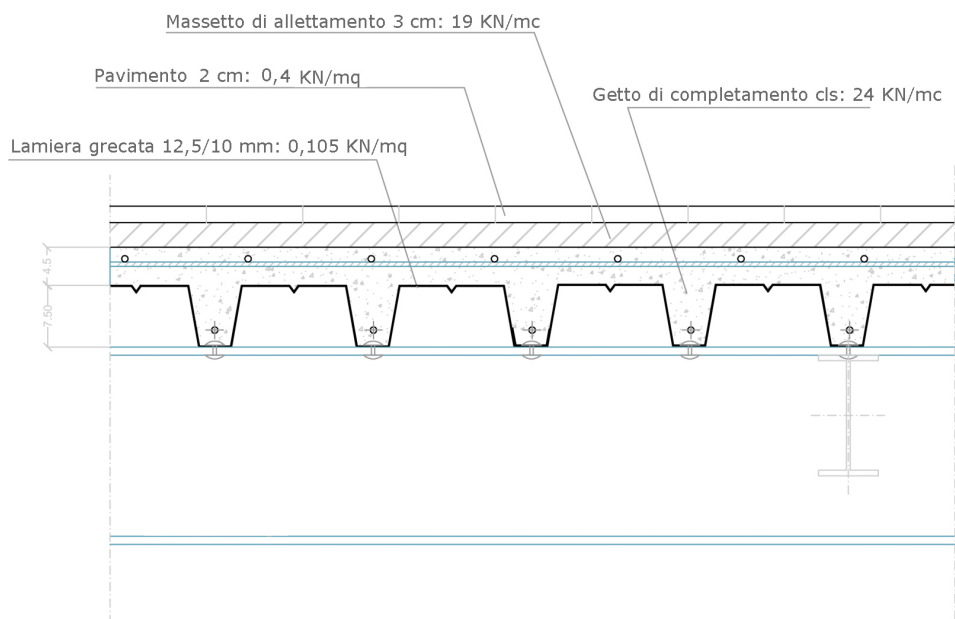
Si procede ingegnerizzando h e si ottengono i valori dell'area di design e del momento d'inerzia, verificando che siano maggiori dei valori minimi trovati in precedenza.

A_{min}	E,005	β	l	λ_{max}	ρ_{min}	b_{min}	b	h_{min}	h	A_{design}	I_{design}
cm ²	Mpa		m		cm	cm	cm	cm	cm	cm ²	cm ⁴
1121,1	8800	1,0	3,00	92,51	3,24	11,23	25,00	44,84	50,00	1250	65104

Si ripete il procedimento per dimensionare il pilastro più sollecitato di ogni piano.

L1	L2	Area	trave ₁	trave ₂	Q _{trave}	Q _s	Q _p	Q _a	Q _{solato}	ρ_{piani}	N	$f_{cd,k}$	K_{mod}	γ_m	f_{cd}	A_{min}	E,005	β	l	λ_{max}	ρ_{min}	b_{min}	b	h_{min}	h	A_{design}	I_{design}	
m	m	m ²	kN/m	kN/m	kN	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN		kN	Mpa			Mpa	cm ²	Mpa		m		cm	cm	cm	cm	cm	cm ²	cm ⁴	
6,00	4,00	24,00	1,82	1,82	23,66	0,51	3,22	2,00	203,65	5	1137	21,00	0,70	1,45	10,14	1121,1	8800	1,0	3,00	92,51	3,24	11,23	25,00	44,84	50,00	1250	65104	piano terra
6,00	4,00	24,00	1,82	1,82	23,66	0,51	3,22	2,00	203,83	4	910	21,00	0,70	1,45	10,14	897,6	8800	1,0	3,00	92,51	3,24	11,23	25,00	35,90	40,00	1000	52083	primo piano
6,00	4,00	24,00	1,82	1,82	23,66	0,51	3,22	2,00	203,83	3	682	21,00	0,70	1,45	10,14	673,2	8800	1,0	3,00	92,51	3,24	11,23	25,00	26,93	35,00	875	45573	secondo piano
6,00	4,00	24,00	1,82	1,82	23,66	0,51	3,22	2,00	203,83	2	455	21,00	0,70	1,45	10,14	448,8	8800	1,0	3,00	92,51	3,24	11,23	25,00	17,95	30,00	750	39063	terzo piano
6,00	4,00	24,00	1,82	1,82	23,66	0,51	3,22	2,00	203,83	1	227	21,00	0,70	1,45	10,14	224,4	8800	1,0	3,50	92,51	3,78	13,11	25,00	8,98	25,00	625	32552	quarto piano

ACCIAIO



L1= 6m

L2= 4 m

Area d'influenza= 24 mq

Carico peso proprio travi

$$q_{travi} = (TraveP * L1 * 1,3) + (TraveS * L2 * 1,3) = 23,71 \text{ KN}$$

L ₁	L ₂	Area	trave _p	trave _s	q _{trave}
m	m	m ²	kN/m	kN/m	kN
6,00	4,00	24,00	0,77	0,12	6,63

Trave principale: Ipe 450

$$T_p = 0,0098 \text{ mq} * 78,5 \text{ KN/mc} = 0,77 \text{ KN/m}$$

Trave secondaria: Ipe 140

$$T_s = 0,0016 \text{ mq} * 78,5 \text{ KN/mc} = 0,12 \text{ KN/m}$$

$$q_{travi} = (0,77 \text{ KN/m} * 6 \text{ m} * 1,3) + (0,12 \text{ KN/m} * 4 \text{ m} * 1,3) = 6,63 \text{ KN}$$

Carico solaio

$$q_{solaio} = (1,3q_s + 1,5p_q + 1,5q_a) * \text{Area}$$

Area	trave _p	trave _s	q _{trave}	q _s	q _p	q _a	q _{solaio}
m ²	kN/m	kN/m	kN	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN
24,00	0,77	0,12	6,63	1,76	3,01	2,00	235,27

$$q_s = 1,76 \text{ KN/mq}$$

$$q_p = 3,01 \text{ KN/mq}$$

$$q_a = 2 \text{ KN/mq}$$

Si può calcolare lo sforzo normale di compressione che agisce sul pilastro più sollecitato del piano terra.

q _{trave}	q _s	q _p	q _a	q _{solaio}	n _{piani}	N
kN	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN		kN
6,63	1,76	3,01	2,00	235,27	5	1210

$$N = (q_{trave} + q_{solaio}) * n_{piani}$$

Scelgo un acciaio S275, con una resistenza a snervamento caratteristica di 275 MPa che, moltiplicata per il coefficiente di sicurezza mi da la resistenza di progetto f_{yd} ; dividendo la forza di compressione N per f_{yd} si ottiene l'area minima della sezione.

A questo punto va calcolato il raggio d'inerzia minimo per ottenere il momento d'inerzia minimo, necessari per ingegnerizzate la sezione.

Si inseriscono nella tabella i valori di E, β e l.

f _{yd}	A _{min}	E	β	l	λ^*	ρ_{min}	I _{min}
Mpa	cm ²	Mpa		m		cm	cm ⁴
261,90	46,2	210000	1,00	3,00	88,96	3,37	525

valore massimo della snellezza:

$$\lambda_{max} = \pi \sqrt{(E/f_{yd})}$$

valore minimo del raggio d'inerzia:

$$\rho_{min} = \beta l / \lambda_{max}$$

$$I_{min} = A_{min} * \rho_{min}^2$$

Per ingegnerizzate il pilastro si deve scegliere un profilato con le seguenti caratteristiche:

N	f _{yk}	γ_m	f _{yd}	A _{min}
kN	Mpa		Mpa	cm ²
1210	275,00	1,05	261,90	46,2

$$A_d > 46,2 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{min} > 3,37 \text{ cm}$$

$$I_d > 525 \text{ cm}^4$$

$$\lambda < \lambda_{max}$$

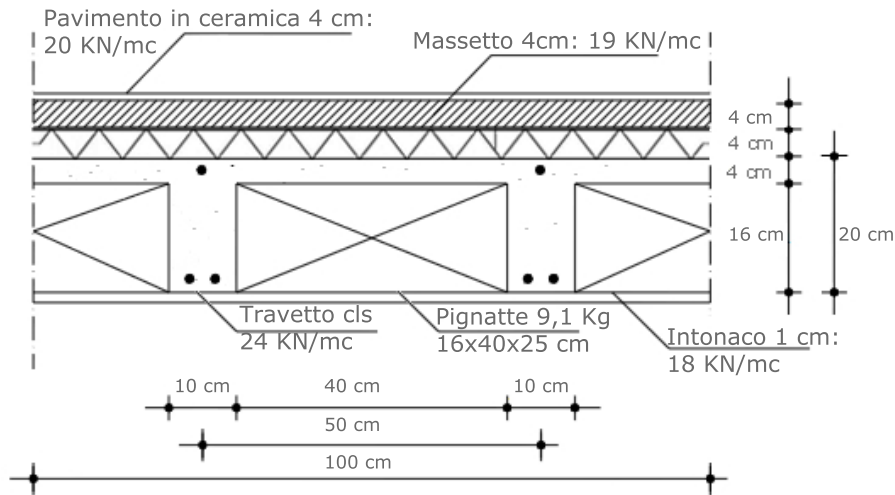
Scelgo un profilato HEA200.

A _{min}	E	β	I	λ*	ρ _{min}	I _{min}	A _{design}	I _{design}	ρ _{min}	λ	profilo
cm ²	Mpa		m		cm	cm ⁴	cm ²	cm ⁴	cm		
46,2	210000	1,00	3,00	88,96	3,37	525	53,8	1326	4,98	60,24	HEA200

Dimensiono il pilastro più sollecitato di ogni piano, seguendo lo stesso procedimento.

L1	L2	Area	trave _p	trave _s	Q _{trave}	Q _s	Q _p	Q _a	Q _{solaio}	N _{piani}	N	f _{yk}	γ _m	f _{yd}	A _{min}	E	β	I	λ*	ρ _{min}	I _{min}	A _{design}	I _{design}	ρ _{min}	λ	profilo	piano
m	m	m ²	kN/m	kN/m	kN	kN/m	kN/m	kN/m	kN		kN	Mpa		Mpa	cm ²	Mpa		m		cm	cm ⁴	cm ²	cm ⁴	cm			
6,00	4,00	24,00	0,77	0,12	6,63	1,76	3,01	2,00	235,27	5	1210	275,00	1,05	261,90	46,2	210000	1,00	3,00	88,96	3,37	525	53,8	1326	4,98	60,24	HEA200	piano terra
6,00	4,00	24,00	0,77	0,12	6,63	1,76	3,01	2,00	235,27	4	968	275,00	1,05	261,90	36,9	210000	1,00	3,00	88,96	3,37	420	38,8	616	3,98	75,38	HEA160	primo
6,00	4,00	24,00	0,77	0,12	6,63	1,76	3,01	2,00	235,27	3	726	275,00	1,05	261,90	27,7	210000	1,00	3,00	88,96	3,37	315	31,4	389	3,52	85,23	HEA140	secondo
6,00	4,00	24,00	0,77	0,12	6,63	1,76	3,01	2,00	235,27	2	484	275,00	1,05	261,90	18,5	210000	1,00	3,00	88,96	3,37	210	31,4	389	3,52	85,23	HEA141	terzo
6,00	4,00	24,00	0,77	0,12	6,63	1,76	3,01	2,00	235,27	1	242	275,00	1,05	261,90	9,2	210000	1,00	3,00	88,96	3,37	105	31,4	389	3,52	85,23	HEA142	quarto

CEMENTO ARMATO



L1 = 6 m

L2 = 4 m

Area d'influenza = 24 mq

Carico peso proprio travi

$$q_{travi} = (TraveP * L1 * 1,3) + (TraveS * L2 * 1,3) = 23,71 \text{ KN}$$

L _p	L _s	Area	trave _p	trave _s	Q _{trave}
m	m	m ²	kN/m	kN/m	kN
6,00	4,00	24,00	4,68	3,60	55,22

Trave principale: 30x65 cm

$$T_p = (0,30 * 0,65) \text{ mq} * 24 \text{ KN/mc} = 4,68 \text{ KN/m}$$

Trave secondaria: 30x50 cm

$$T_s = (0,30 * 0,50) \text{ mq} * 24 \text{ KN/mc} = 3,60 \text{ KN/m}$$

$$q_{travi} = (4,68 \text{ KN/m} * 6 \text{ m} * 1,3) + (3,60 \text{ KN/m} * 4 \text{ m} * 1,3) = 55,22 \text{ KN}$$

$$q_{solaio} = (1,3q_s + 1,5q_p + 1,5q_a) * Area$$

Area	trave _p	trave _s	q _{trave}	q _s	q _p	q _a	q _{solaio}
m ²	kN/m	kN/m	kN	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN
24,00	4,68	3,60	55,22	2,45	3,25	2,00	265,44

$$q_s = 2,45 \text{ KN/mq}$$

$$q_p = 3,25 \text{ KN/mq}$$

$$q_a = 2 \text{ KN/mq}$$

Si può calcolare lo sforzo normale di compressione che agisce sul pilastro più sollecitato del piano terra.

q _{trave}	q _s	q _p	q _a	q _{solaio}	n _{piani}	N
kN	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN		kN
55,22	2,45	3,25	2,00	265,44	5	1603

$$N = (q_{trave} + q_{solaio}) * n_{piani}$$

Si dimensiona la sezione considerando un calcestruzzo C35/45 e per l'armatura si tiene conto di un acciaio con $f_{ck} = 450 \text{ Mpa}$.

Si trova il valore dell'area minima necessaria ad evitare che il materiale entri in crisi dividendo lo sforzo normale per la resistenza di progetto del calcestruzzo.

N	f _{ck}	f _{cd}	A _{min}	b _{min}
kN	Mpa	Mpa	cm ²	cm
1603	35,0	19,8	808,2	28,4

Si inseriscono in tabella E, β e l, grazie ai quali si possono calcolare:

f _{cd}	A _{min}	b _{min}	E	β	l	λ*	ρ _{min}	b _{min}	b
Mpa	cm ²	cm	Mpa		m		cm	cm	cm
19,8	808,2	28,4	21000	0,50	3,00	102,31	1,47	5,08	30,00

valore massimo della snellezza:

$$\lambda_{max} = \pi \sqrt{E/f_{cd}}$$

valore minimo del raggio

$$d'inerzia: \rho_{min} = \beta l / \lambda_{max}$$

$$b_{min} = \rho_{min} \sqrt{12}$$

Si ingegnerizza la sezione prendendo una sezione 30x40 cm, in quanto si progetta in zona sismica e l'area di progetto deve essere maggiore dell'area minima.

b	h _{min}	h	A _{design}	I _{design}	I _{max}	W _{max}
cm	cm	cm	cm ²	cm ⁴	cm ⁴	cm ³
30,00	26,95	40,00	1200	90000	160000	8000,00

$$A_d = b * h > A_{min}$$

$$I_d = (h * b^3) / 12$$

$$W_{max} = (b * h^2) / 6$$

Nel cemento armato i nodi tra trave e pilastri sono assimilabili ad un incastro, quindi la trave trasmette il suo momento al pilastro, che quindi va verificato a presso-flessione.

Per fare ciò si impone $\sigma_{max} < f_{cd}$

$$\sigma_{max} = (N/A) + (M_t/W_{max})$$

$$M_t = (q_t * L_p^2) / 12$$

$$q_t = (1,3 q_s + 1,5 q_p + 1,5 q_a) * L_s$$

f_{cd}	A_{min}	b_{min}	E	β	l	λ^*	ρ_{min}	b_{min}	b	h_{min}	h	A_{design}	I_{design}	I_{max}	W_{max}	q_t	M_t	σ_{max}	
Mpa	cm ²	cm	Mpa		m		cm	cm	cm	cm	cm	cm ²	cm ⁴	cm ⁴	cm ³	kN/m	kN*m	Mpa	
19,8	808,2	28,4	21000	0,50	3,00	02,31	1,47	5,08	30,00	26,94	40,00	1200	90000	160000	8000,00	44,24	132,72	29,95	No

La sezione non è verificata perché $\sigma_{max} > f_{cd}$; provo a ingrandire la sezione, prendendola di 35x50 cm. In questo modo il pilastro risulta verificato a presso-flessione, in quanto aumentando l'area il valore di σ_{max} diminuisce.

f_{cd}	A_{min}	b_{min}	E	β	l	λ^*	ρ_{min}	b_{min}	b	h_{min}	h	A_{design}	I_{design}	I_{max}	W_{max}	q_t	M_t	σ_{max}	
Mpa	cm ²	cm	Mpa		m		cm	cm	cm	cm	cm	cm ²	cm ⁴	cm ⁴	cm ³	kN/m	kN*m	Mpa	
19,8	808,2	28,4	21000	0,50	3,00	02,31	1,47	5,08	35,00	23,09	50,00	1750	178646	364583	14583,33	44,24	132,72	18,26	Si

Ripeto il dimensionamento per i pilastri dei piani superiori.

L_p	L_s	Area	r_{ave}	r_{ave}	q_{trave}	q_s	q_p	q_a	q_{solaio}	N_{piani}	N	f_{ck}	f_{cd}	A_{min}	b_{min}	E	β	l	λ^*	ρ_{min}	b_{min}	b	h_{min}	h	A_{design}	I_{design}	I_{max}	W_{max}	q_t	M_t	σ_{max}	piano	
m	m	m ²	kN/m	kN/m	kN	N/m	N/m	N/m	kN		kN	Mpa	Mpa	cm ²	cm	Mpa		m		cm	cm	cm	cm	cm	cm ²	cm ⁴	cm ⁴	cm ³	kN/m	kN*m	Mpa		
6,00	4,00	24,00	4,68	3,60	55,22	2,45	3,25	2,00	265,44	5	1603	35,0	19,8	308,4	28,4	21000	0,50	3,00	02,21	1,47	5,08	35,00	23,10	50,00	1750	7864	364583	4583,3	44,24	132,72	18,26	Si	terra
6,00	4,00	24,00	4,68	3,60	55,22	2,45	3,25	2,00	265,44	4	1283	35,0	19,8	346,7	25,4	21000	0,50	3,00	02,21	1,47	5,08	35,00	18,48	45,00	1575	6078	265781	1812,5	44,24	132,72	19,38	Si	primo
6,00	4,00	24,00	4,68	3,60	55,22	2,45	3,25	2,00	265,44	3	962	35,0	19,8	485,0	22,0	21000	0,50	3,00	02,21	1,47	5,08	35,00	13,86	45,00	1575	6078	265781	1812,5	44,24	132,72	17,34	Si	secondo
6,00	4,00	24,00	4,68	3,60	55,22	2,45	3,25	2,00	265,44	2	641	35,0	19,8	323,4	18,0	21000	0,50	3,00	02,21	1,47	5,08	30,00	10,78	45,00	1350	0125	227813	0125,0	44,24	132,72	17,86	Si	terzo
6,00	4,00	24,00	4,68	3,60	55,22	2,45	3,25	2,00	265,44	1	321	35,0	19,8	161,7	12,7	21000	0,50	3,00	02,21	1,47	5,08	30,00	5,39	40,00	1200	90000	160000	8000,00	44,24	132,72	19,26	Si	quarto