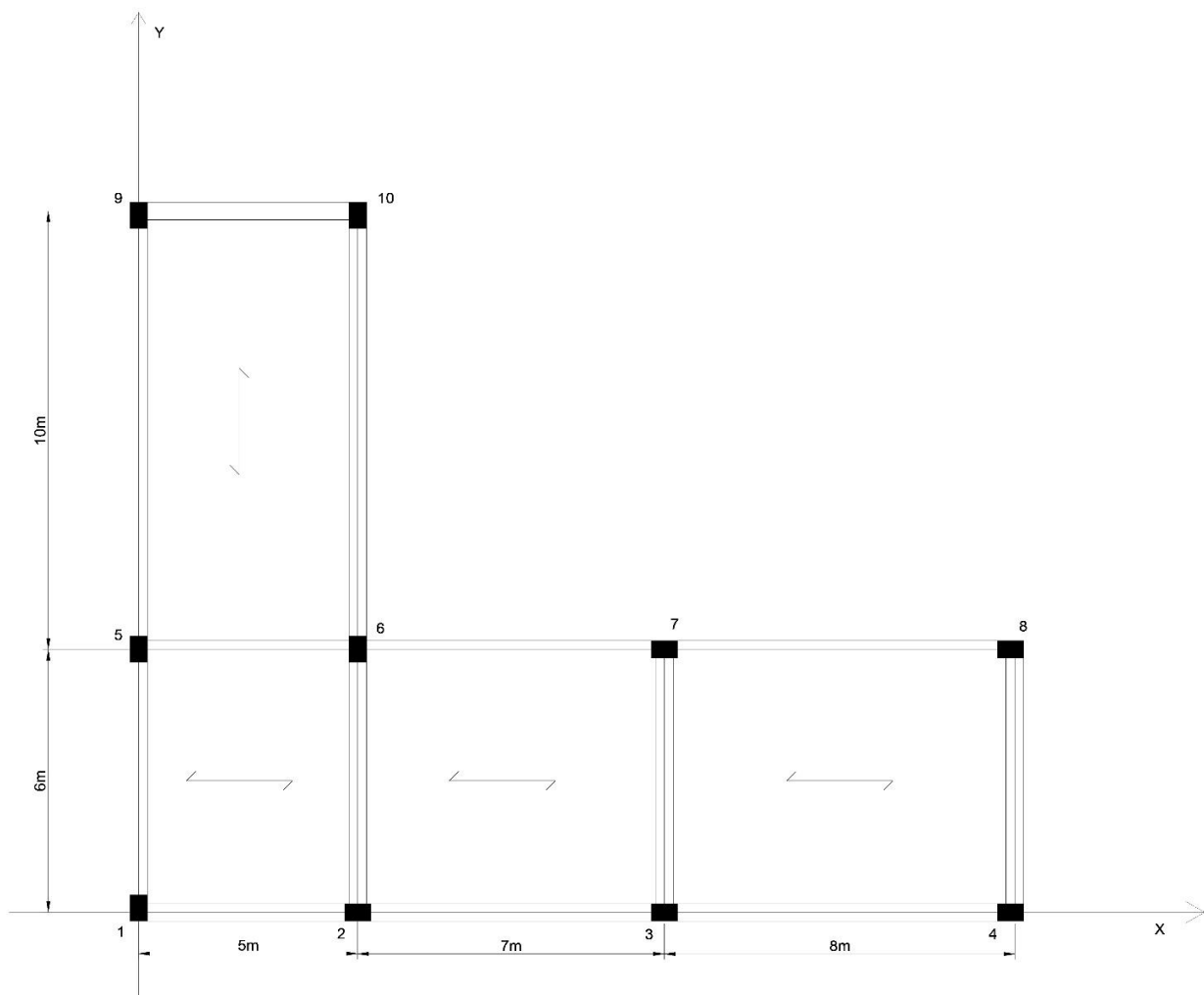


## RIPARTIZIONE FORZA SISMICA

Per questa esercitazione si vuole stabilire come viene ripartita una forza orizzontale (come può essere quella del sisma o del vento) sui diversi telai che compongono un impalcato strutturale attraverso il metodo delle rigidezze. Tale metodo, è utile a calcolare la reazioni elastiche di ognuno dei controventi, che saranno forze uguali e contrarie alle forze orizzontali agenti su ogni singolo controvento, così da garantire la solidità della struttura.

Il sistema strutturale che prendo in riferimento è un generico edificio ad un livello, con il solaio rigido lungo il suo piano, costituito da telai piani di tipo Shear-Type, sistemi strutturali che hanno la proprietà di avere travi infinitamente rigide a flessione.

In primo luogo individuo, nella pianta strutturale dell'edificio di riferimento, i telai che compongono la struttura. In questo caso particolare ho sette telai, tre paralleli all'asse X e quattro all'asse Y.



**Telaio 1V** composto dai pilastri 1, 5, 9

**Telaio 10** composto dai pilastri 1, 2, 3, 4

**Telaio 2V** composto dai pilastri 2, 6, 10

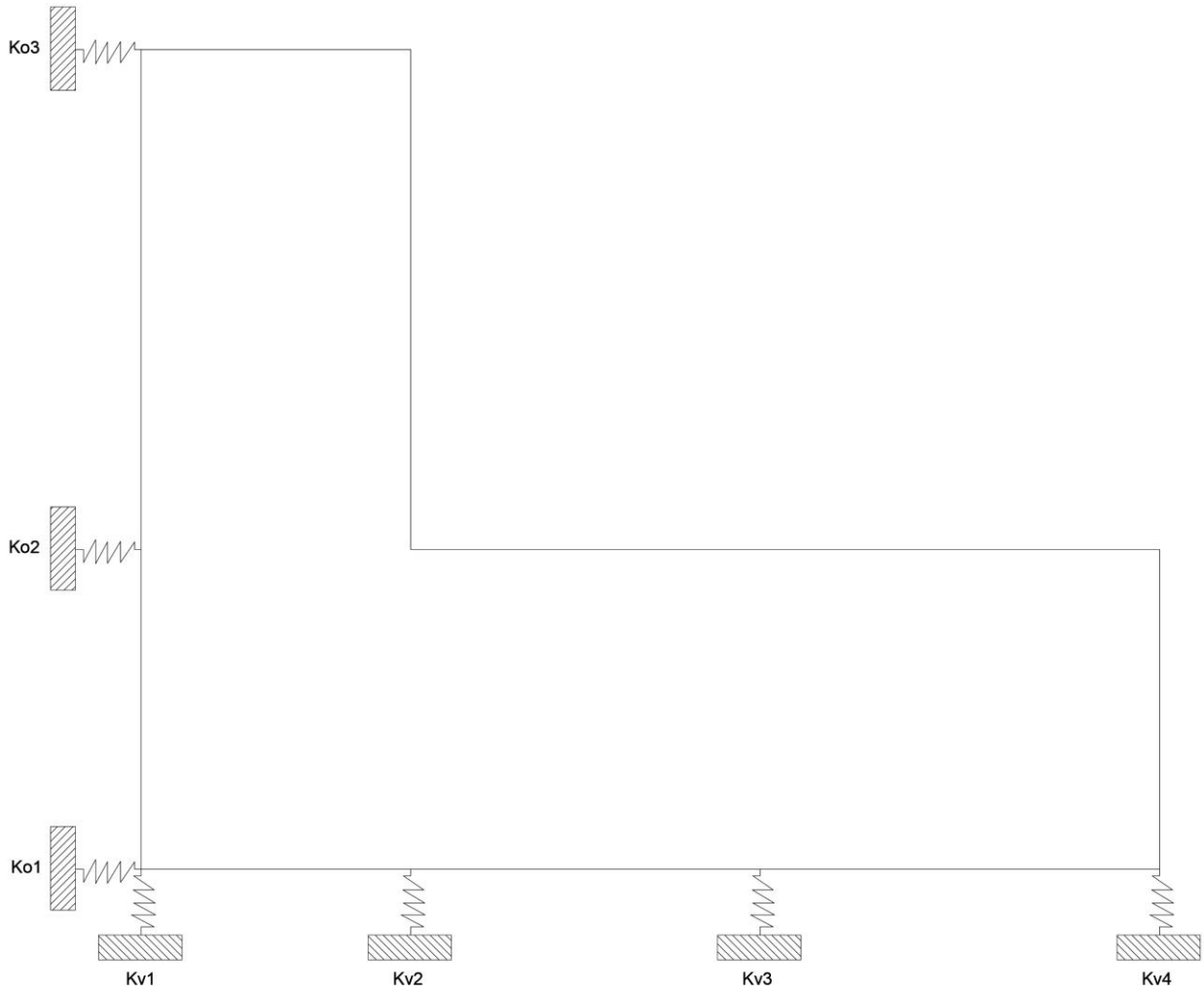
**Telaio 20** composto dai pilastri 5, 6, 7, 8

**Telaio 3V** composto dai pilastri 3, 7

**Telaio 30** composto dai pilastri 9, 10

**Telaio 4V** composto dai pilastri 4, 8

Nell'impalcato i controventi rappresentano dei vincoli cedevoli elasticamente e possono essere rappresentati come delle molle, ciascuna delle quali ha una particolare rigidezza.



## 1 STEP

Inserisco i valori del **modulo di Young** che per il cemento è 21000 MPa, dell'**altezza del pilastro** e del **momento d'inerzia di ogni pilastro** ( $bh^3/12$  con asse maggiore parallelo all'asse y e  $b^3h/12$  con asse maggiore parallelo all'asse x), per stabilire il valore della rigidezza di ogni telaio, data dalla formula generica:

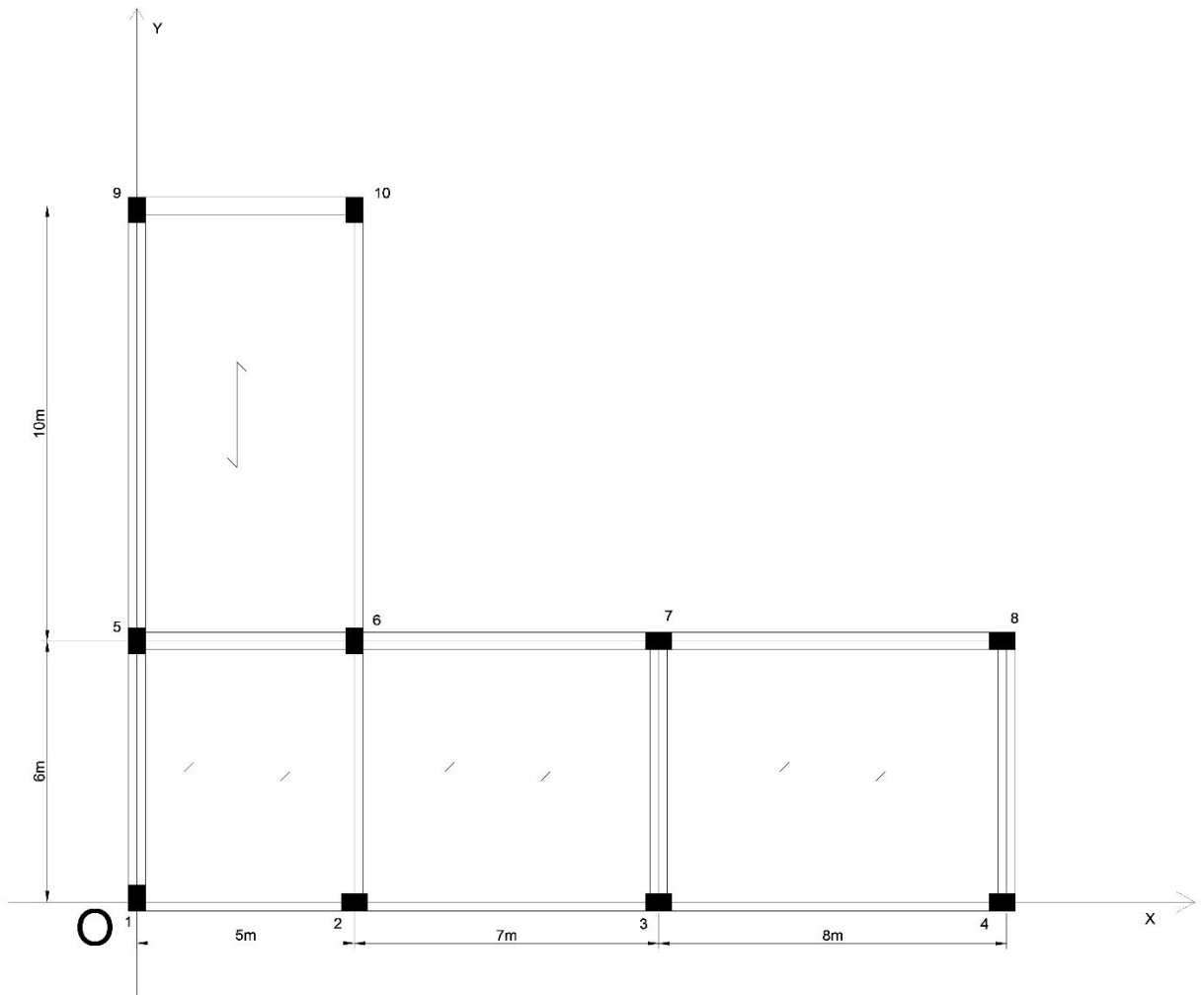
$$k = F/\delta \quad \text{con } k = 12E/h^3 \times (J_1 + J_2)$$

Step 1: calcolo delle rigidezze traslanti dei controventi dell'edificio						
<b>Telaio 1v</b>	<b>1-5-9</b>	pilastri che individuano il telaio		<b>Telaio 1o</b>	<b>1-2-3-4</b>	pilastri che individuano il telaio
E (N/mm <sup>2</sup> )	21000,00	modulo di Young		E	21000,00	modulo di Young
H (m)	3,20	altezza dei pilastri		H	3,20	altezza dei pilastri
I 1 (cm <sup>4</sup> )	720,00	momento d'inerzia pilastro 1		I 1	320000,00	momento d'inerzia pilastro 1
I 2	720,00	momento d'inerzia pilastro 2		I 2	720000,00	momento d'inerzia pilastro 2
I 3	720,00	momento d'inerzia pilastro 3		I 3	720000,00	momento d'inerzia pilastro 3
I 4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4		I 4	720000,00	momento d'inerzia pilastro 4
<b>K_T (KN/m)</b>	<b>166,11</b>	<b>rigidezza traslante telaio 1</b>		<b>K_T</b>	<b>190722,66</b>	<b>rigidezza traslante telaio 5</b>
<b>Telaio 2v</b>	<b>2-6-10</b>	pilastri che individuano il telaio		<b>Telaio 2o</b>	<b>5-6-7-8</b>	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young		E	21000,00	modulo di Young
H	3,20	altezza dei pilastri		H	3,20	altezza dei pilastri
I 1	320000,00	momento d'inerzia pilastro 1		I 1	320000,00	momento d'inerzia pilastro 1
I 2	720000,00	momento d'inerzia pilastro 2		I 2	320000,00	momento d'inerzia pilastro 2
I 3	720000,00	momento d'inerzia pilastro 3		I 3	720000,00	momento d'inerzia pilastro 3
I 4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4		I 4	720000,00	momento d'inerzia pilastro 4
<b>K_T</b>	<b>135351,56</b>	<b>rigidezza traslante telaio 2</b>		<b>K_T</b>	<b>159960,94</b>	<b>rigidezza traslante telaio 6</b>
<b>Telaio 3v</b>	<b>3-7</b>	pilastri che individuano il telaio		<b>Telaio 3o</b>	<b>9-10</b>	pilastri che individuano il telaio
E	21000,00	modulo di Young		E	21000,00	modulo di Young
H	3,20	altezza dei pilastri		H	3,20	altezza dei pilastri
I 1	320000,00	momento d'inerzia pilastro 1		I 1	320000,00	momento d'inerzia pilastro 1
I 2	320000,00	momento d'inerzia pilastro 2		I 2	320000,00	momento d'inerzia pilastro 2
I 3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3		I 3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3
I 4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4		I 4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4
<b>K_T</b>	<b>49218,75</b>	<b>rigidezza traslante telaio 3</b>		<b>K_T</b>	<b>27070,31</b>	<b>rigidezza traslante telaio 7</b>
<b>Telaio 4v</b>	<b>4-8</b>	pilastri che individuano il telaio				
E	21000,00	modulo di Young				
H	3,20	altezza dei pilastri				
I 1	320000,00	momento d'inerzia pilastro 1				
I 2	320000,00	momento d'inerzia pilastro 2				
I 3	0,00	momento d'inerzia pilastro 3				
I 4	0,00	momento d'inerzia pilastro 4				
<b>K_T</b>	<b>49218,75</b>	<b>rigidezza traslante telaio 4</b>				

## STEP 2

Nella seconda tabella vengono riportati i valori di rigidezza di ogni singolo telaio. Nella stessa aggiungo la distanza dei controventi da un punto d'origine O, in un sistema di riferimento arbitrario.

Step 2: tabella sinottica controventi e distanze		
Kv1(KN/m)	166,11	rigidezza traslante contr.vert.1
Kv2	135351,56	rigidezza traslante contr.vert.2
Kv3	49218,75	rigidezza traslante contr.vert.3
Kv4	49218,75	rigidezza traslante contr.vert.4
dv2 (m)	5,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
dv3	12,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
dv4	20,00	distanza orizzontale controvento dal punto O
Ko1(KN/m)	190722,66	rigidezza traslante contr.orizz.1
Ko2	159960,94	rigidezza traslante contr.orizz.2
Ko3	27070,31	rigidezza traslante contr.orizz.3
do2	6,00	distanza verticale controvento punto O
do3	16,00	distanza verticale controvento punto O

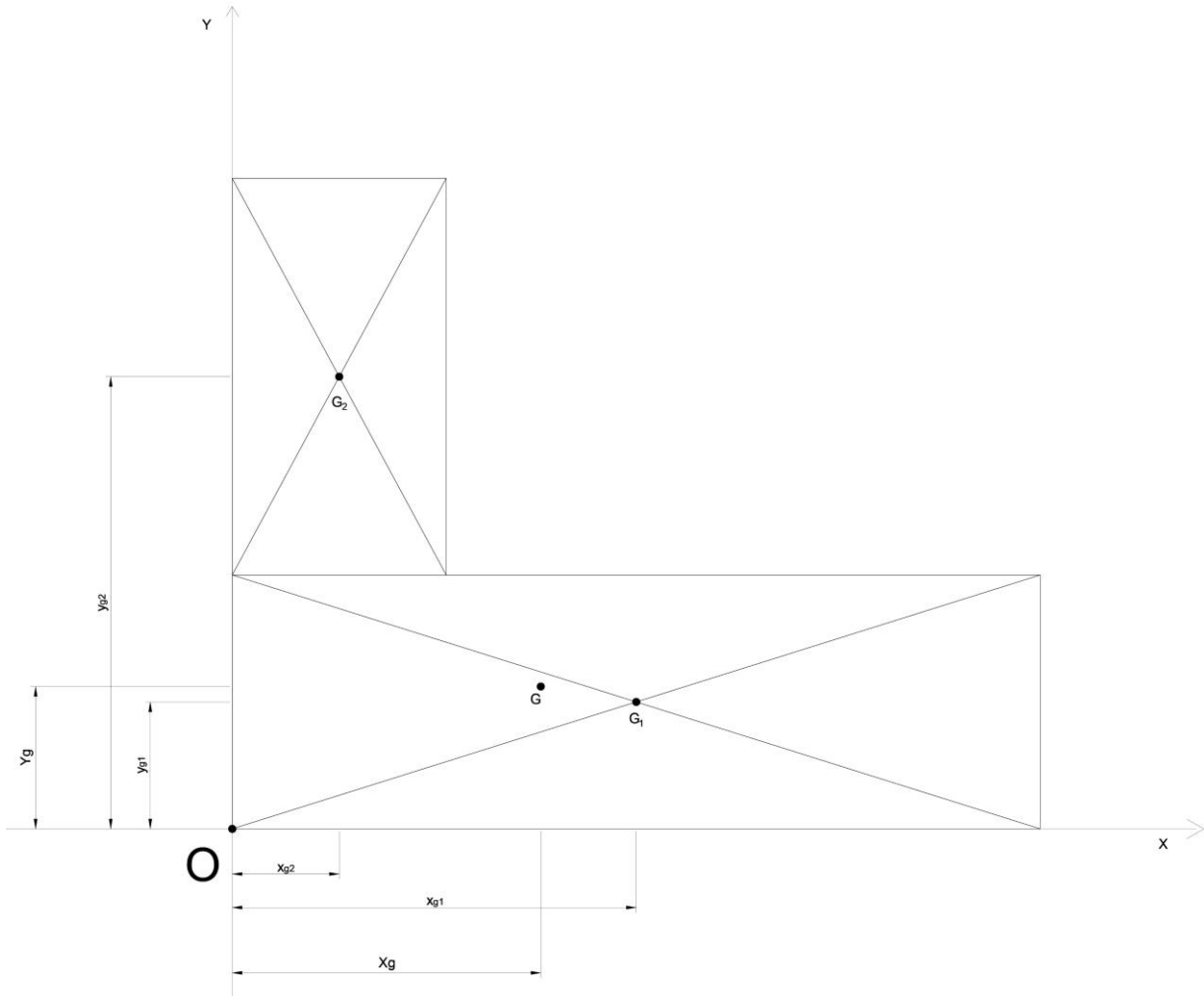


### STEP 3

Il terzo passaggio prevede il calcolo del centro di massa dell'impalcato.

Dal momento che si ha a che fare con una figura complessa, per facilitare il calcolo del centro delle masse, scompongo il sistema in due figure elementari (rettangoli), di cui individuo il centro delle masse e l'area.

Step 3: calcolo del centro di massa		
area_1 (mq)	120,00	misura dell'area superficie 1 area 1 (misura)
x_G1 (m)	10,00	coordinata X centro area 1
y_G1	3,00	coordinata Y centro area 1
area_2	50,00	misura dell'area superficie 2
x_G2	2,50	coordinata X centro area 2
y_G2	5,00	coordinata Y centro area 2
Area tot (mq)	170,00	Area totale impalcato
<b>X_G</b>	<b>7,79</b>	<b>coordinata X centro d'area impalcato (centro massa)</b>
<b>Y_G</b>	<b>3,59</b>	<b>coordinata Y centro d'area impalcato (centro massa)</b>



In questo caso il centro delle masse coinciderà con il centro delle aree, dal momento che ipotizziamo che la densità di massa sia omogenea su tutto l'impalcato. Ora posso calcolare le coordinate del centro delle masse del sistema che avrà coordinate:

$$X_G = \frac{A_1 \times X_{G1} + A_2 \times X_{G2}}{A_{tot}}$$

$$Y_G = \frac{A_1 \times Y_{G1} + A_2 \times Y_{G2}}{A_{tot}}$$

#### STEP 4

Dai valori inseriti negli step precedenti, nella quarta tabella ricaviamo:

- la rigidezza totale orizzontale, somma delle rigidezze dei singoli controventi orizzontali;
- la rigidezza totale verticale, somma delle rigidezze dei singoli controventi verticali;
- le coordinate del centro delle rigidezze dell'impalcato, date dalle formule

$$X_c = \frac{(k_{v1} \times d_{v1} + k_{v2} \times d_{v2} + k_{v3} \times d_{v3} + k_{v4} \times d_{v4})}{k_{vtot}}$$

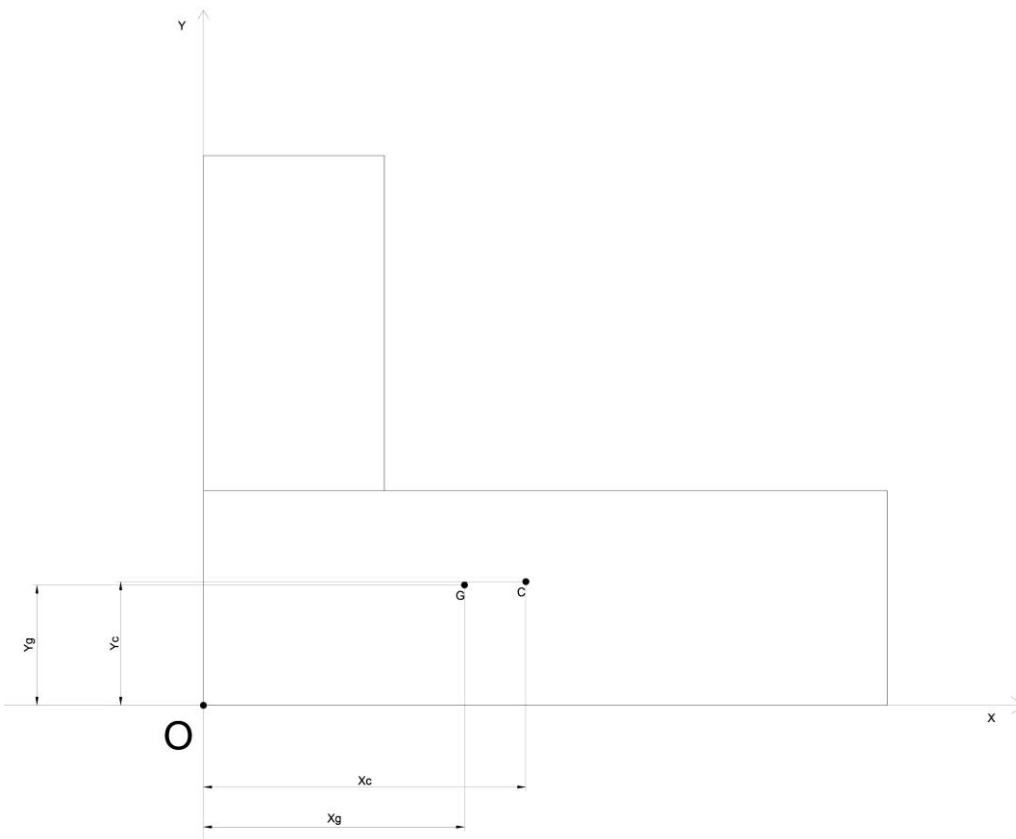
$$Y_c = \frac{(k_{o1} \times d_{o1} + k_{o2} \times d_{o2} + k_{o3} \times d_{o3})}{k_{otot}}$$

- la rigidezza torsionale totale, ricavata dall'equazione:

$$K_{\varphi} = (k_{v1} \times dd_{v1}^2 + k_{v2} \times dd_{v2}^2 + k_{v3} \times dd_{v3}^2 + k_{v4} \times dd_{v4}^2 + k_{o1} \times dd_{o1}^2 + k_{o2} \times dd_{o2}^2 + k_{o3} \times dd_{o3}^2)$$

Step 4: calcolo del centro di rigidezze e delle rigidezze globali		
Ko_tot	377753,91	rigidezze totale orizzontale
Kv_tot	233955,18	rigidezze totale verticale
X_C (m)	9,62	coordinata X centro rigidezze
Y C	3,69	coordinata Y centro rigidezze
dd_v1	-9,62	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v2	-4,62	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v3	2,38	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_v4	10,38	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o1	-3,69	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o2	2,31	distanze controvento dal centro rigidezze
dd_o3	12,31	distanze controvento dal centro rigidezze
K_φ (KN*m)	16038798,00	rigidezze torsionale totale

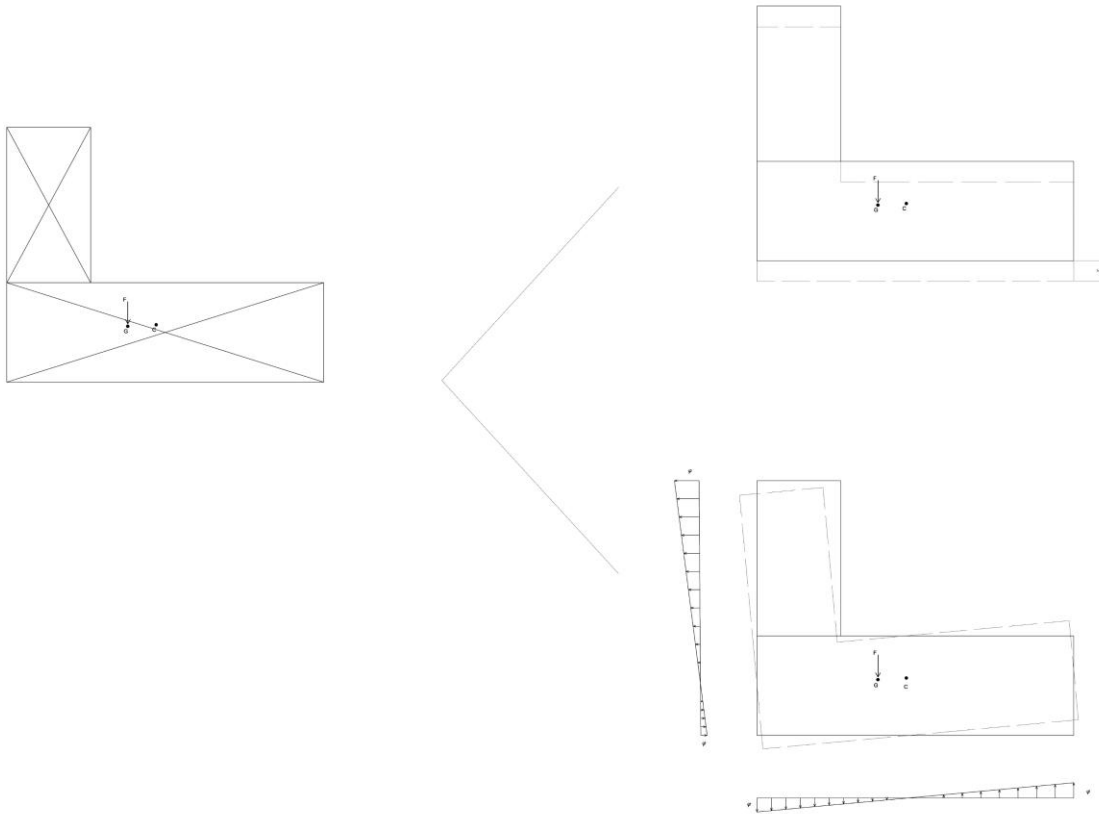
Ora si posiziona il centro delle masse e il centro delle rigidezze all'interno del sistema di riferimento, ricordando che la forza esterna agisce sul centro delle masse G.



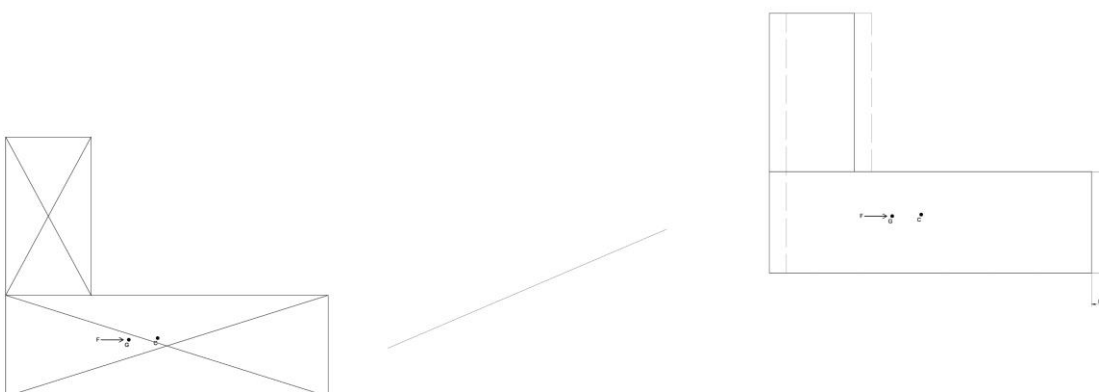
Trovare il centro delle rigidezze consente di verificare gli effetti cinematici sull'impalcato prodotti dalla forza sismica, in termini di traslazione e rotazione rigida.

Se la forza sismica agisce in direzione del centro delle rigidezze l'impalcato traslerebbe senza ruotare.

#### FORZA SISIMICA VERTICALE



#### FORZA SISIMICA ORIZZONTALE



Nel nostro caso, vediamo come, quando la forza è verticale produce una traslazione e una rotazione antioraria dell'impalcato, mentre nel caso in cui forza è orizzontale, la retta d'azione di questa passa per il centro delle rigidezze provocando solamente una traslazione dell'impalcato.



## STEP 5

La quinta fase del metodo delle rigidezze prevede la valutazione dei carichi sismici per ricavare la forza sismica che agisce nel centro di massa; calcolo quindi il **carico permanente totale G** e il **carico accidentale totale Q**, moltiplicando i carichi al mq per la superficie totale.

$$G = (q_s + q_p) \times A_{tot}$$

$$Q = q_a \times A_{tot}$$

Step 5: analisi dei carichi sismici		
q <sub>s</sub> (KN/mq)	2,44	carico permanente di natura strutturale
q <sub>p</sub>	3,20	sovraccarico permanente
q <sub>a</sub>	3,00	sovraccarico accidentale
G (KN)	958,80	carico totale permanente
Q (KN)	510,00	carico totale accidentale
ψ	0,80	coefficiente di contemporaneità
W (KN)	1366,80	Pesi sismici
c	0,15	coefficiente di intensità sismica
F (KN)	205,02	Forza sismica orizzontale

A questo punto calcolo i pesi sismici, inserendo il **coefficiente di contemporaneità** ( $\psi$ ), in accordo con le Norme tecniche per le costruzioni (NTC2008):

$$W = G + Q \times \psi$$

Step 5: analisi dei carichi sismici		
q <sub>s</sub> (KN/mq)	2,44	carico permanente di natura strutturale
q <sub>p</sub>	3,20	sovraccarico permanente
q <sub>a</sub>	3,00	sovraccarico accidentale
G (KN)	958,80	carico totale permanente
Q (KN)	510,00	carico totale accidentale
ψ	0,80	coefficiente di contemporaneità
W (KN)	1366,80	Pesi sismici
c	0,15	coefficiente di intensità sismica
F (KN)	205,02	Forza sismica orizzontale

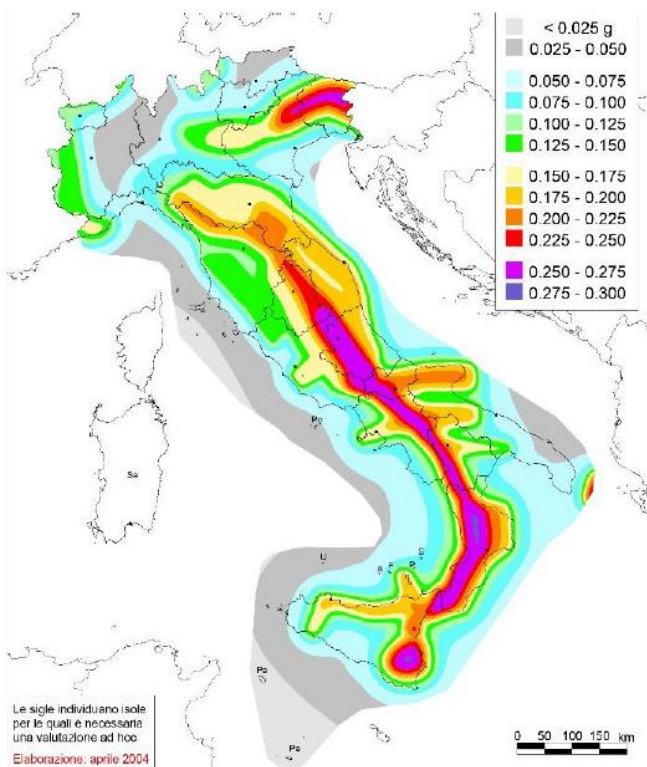
**Tabella 2.5.I – Valori dei coefficienti di combinazione**

Categoria/Azione variabile	$\Psi_{0i}$	$\Psi_{1i}$	$\Psi_{2i}$
Categoria A Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso $\leq 30$ kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso $> 30$ kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H Coperture	0,0	0,0	0,0
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota $\leq 1000$ m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota $> 1000$ m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

Il peso sismico  $W$ , espresso in KN, rappresenta la forza peso dell'edificio, data dalla massa dell'edificio per l'accelerazione di gravità.

L'accelerazione del sisma è mediamente più bassa di quella di gravità, quindi viene introdotto un **coefficiente correttivo (c)** che tiene conto del grado di sismicità della zona geografica in cui si trova l'edificio.

$$F = W \times c$$



Step 5: analisi dei carichi sismici		
$q_s$ (KN/mq)	2,44	carico permanente di natura strutturale
$q_p$	3,20	sovraccarico permanente
$q_a$	3,00	sovraccarico accidentale
G (KN)	958,80	carico totale permanente
Q (KN)	510,00	carico totale accidentale
$\psi$	0,80	coefficiente di contemporaneità
W (KN)	1366,80	Pesi sismici
c	0,15	coefficiente di intensità sismica
F (KN)	205,02	Forza sismica orizzontale

### STEP 6 e STEP 7

Con gli ultimi due passaggi si valuta come la forza sismica si ripartisce sui controventi e quali sono gli effetti cinematici (**traslazione e rotazione rigida**) sull'impalcato.

Analizzo sia il caso in cui la forza sismica agisca sull'asse x (STEP 6) che sull'asse y (STEP 7).

Step 6: ripartizione forza sismica lungo X			
M (KN*m)	20,31	momento torcente (positivo se antiorario)	
$u_o$ (m)	0,001	traslazione orizzontale	
$\varphi$	0,00000	rotazione impalcato (positiva se antioraria)	
Fv1 (KN)	0,00	Forza sul controvento verticale 1	
Fv2	-0,79	Forza sul controvento verticale 2	
Fv3	0,15	Forza sul controvento verticale 3	
Fv4	0,65	Forza sul controvento verticale 4	
Fo1	102,62	Forza sul controvento orizzontale 1	
Fo2	87,28	Forza sul controvento orizzontale 2	
Fo3	15,11	Forza sul controvento orizzontale 3	
	205,02		
		103,51	
		86,82	
		14,69	
			205,02

### Step 7: ripartizione forza sismica lungo Y

M (KN*M)	-375,31	momento torcente	
v_o (KN)	0,001	traslazione verticale	
$\varphi$	-0,00002	rotazione impalcato	
Fv1 (KN)	0,18	Forza sul controvento verticale 1	
Fv2	133,26	Forza sul controvento verticale 2	
Fv3	40,40	Forza sul controvento verticale 3	
Fv4	31,18	Forza sul controvento verticale 4	
Fo1	16,46	Forza sul controvento orizzontale 1	
Fo2	-8,66	Forza sul controvento orizzontale 2	
Fo3	-7,80	Forza sul controvento orizzontale 3	
	205,02		
			0,15
			118,61
			43,13
			43,13
			205,02