

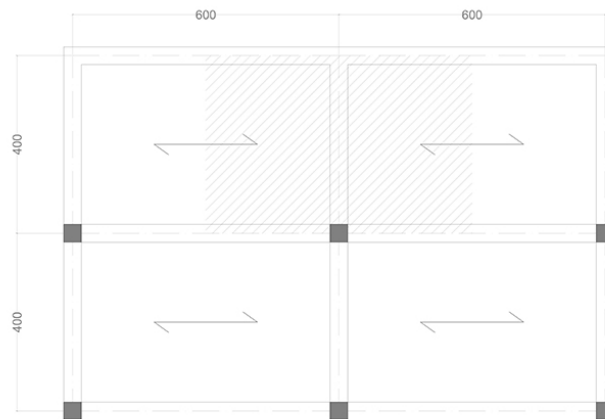
## DIMENSIONAMENTO DI MASSIMA PER TRAVI A SBALZO NELLE TRE TECNOLOGIE E VERIFICA A DEFORMABILITÀ

Effettuerò la verifica a deformabilità di strutture simili a quelle utilizzate nell' esercitazione per il dimensionamento di travi in un telaio, in cui una campata è a sbalzo.

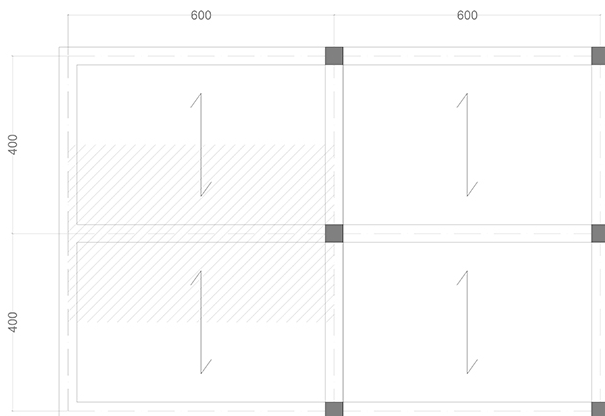
Lo scopo dell' esercitazione è quello di valutare le differenze tra le due strutture e verificare come sbalzi di notevoli dimensioni sono difficili da gestire e spesso richiedono, oltre ad un incremento delle dimensioni, ad una modulazione della sezione lungo l'asse, anche un cambio di tecnologia.

Per portare a termine l'esercitazione utilizzerò un foglio di calcolo preimpostato per le tre tecnologie al quale è aggiunta una verifica a deformabilità di massima, in cui è necessario valutare che lo spostamento massimo non superi il rapporto di 1 a 250 con la luce dello sbalzo.

I telai su cui andrò a valutare la deformabilità in presenza dello sbalzo sono 2, molto simili tra loro nelle dimensioni, ma che vedono invertite luci e interassi, provocando una volta uno sbalzo di 4 metri ed un' altra di 6 metri.



*Sbalzo di 4 mt*

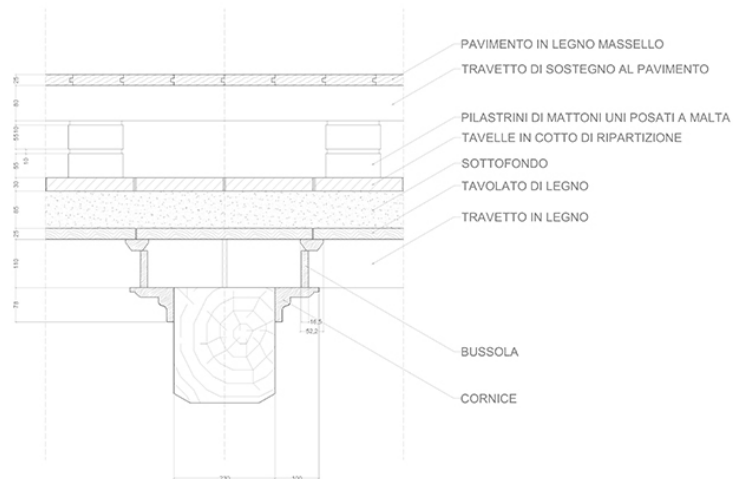


*Sbalzo di 6mt*

Così come ho lavorato nella precedente esercitazione, vedremo applicate allo stesso telaio 3 tecnologie costruttive con le loro peculiarità: quella del legno, quella dell' acciaio e quella del calcestruzzo armato.

Le differenze stanno sia nel calcolo dei carichi (per i quali faccio riferimento a quelli già svolti nella precedente esercitazione), ma soprattutto in alcune caratteristiche intrinseche delle tre tecnologie, che influiscono nella scelta dell' elemento strutturale e che vedremo nel dettaglio.

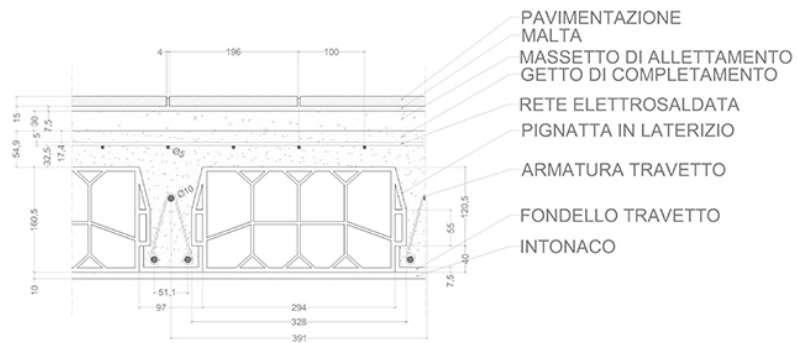
Nei seguenti particolari costruttivi sono descritte le tre tecnologie:



*Solaio in Legno*



*Solaio in acciaio*



*Solaio in Laterocemento*

## STRUTTURA IN LEGNO

Inizierò sempre dallo sbalzo minore, quello di 4 metri e quindi nel foglio di calcolo il primo dato da inserire sarà l'interasse (che per lo sbalzo di 4 mt è di 6 mt). Successivamente inserisco i carichi relativamente all' area di influenza, per cui saranno KN per unità di superficie. Il calcolo prevede che risulti il carico sulla trave che è un carico distribuito su una linea quindi espresso in KN per unità di lunghezza.

A questo punto, inserendo la luce della trave, che è quella a sbalzo, avremo il momento massimo in base alla formula:

$$M_{\max} = \frac{q l^2}{2}$$

Il momento massimo negli sbalzi si ritrova nel vincolo quindi in corrispondenza dell' incastro con il pilastro.

A questo punto, inserendo la resistenza specifica del legno (che dipende dal tipo di legno), in funzione di alcuni coefficienti dati dalla normativa, si ottiene la sigma di progetto.

Utilizzando la sigma di progetto come la tensione massima a cui sottoporre la trave, possiamo calcolare l'altezza facendo alcuni passaggi:

Per la sezione rettangolare è

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{M_{\max}}{\sigma_{\max}} \rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{6M_{\max}}{b\sigma_{\max}}}$$

Per una base di 30 cm risulta un' altezza di 93,04 cm.

A questo punto decidiamo un valore per l'altezza della trave che sia superiore a questo e vediamo che succede: imponiamo alla trave un' altezza di 95 cm ed un Modulo di Young sempre relativo al tipo di legno scelto. Otteniamo il momento d' inerzia in base alla formula

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

E finalmente lo spostamento massimo in base alla formula di Navier

$$v_{\max} = \frac{ql^4}{8EI_x}$$

Lo spostamento che risulta è di 1,34 cm. Per sapere se questo spostamento massimo è accettabile per la nostra struttura, dobbiamo verificare il suo rapporto con la luce dello sbalzo. La verifica a deformabilità per lo stato limite di esercizio prevede che lo spostamento massimo dell' estremo libero di uno sbalzo debba essere contenuto all' interno di 1/250esimo della luce dello sbalzo. All' inverso, deve essere:

$$\frac{l}{v_{\max}} \leq 250$$

Vediamo come la verifica sia positiva in questo caso.

Nel caso dello sbalzo da 6 metri i valori ottenuti sono ovviamente diversi ed ovviamente superiori a parità di base nell' altezza della trave:

interax	qs	qp	qa	q	luce	M	fm,k	sig_d	b	h	hd	E	Ix	vmax	l/vmax	Verifica
m	kN/mq	kN/mq	kN/mq	KN/m	m	kN*m	N/mmq	N/mmq	cm	cm	cm	N/mmq	cm4	cm		
6	2,2275	4,65	2,00	71,64	4	573,16	24	13,24	30	93,04	95	8000	2143438	1,34	299,18	SI
4	2,2275	4,65	2,00	47,76	6	859,73	24,00	13,24	30	113,95	115,00	8000	3802188	2,54	235,87	NO

Si vede come un' altezza di 115 cm permetta di superare una verifica a resistenza della struttura, perché abbiamo scelto l' altezza limite per la quale (a meno di coefficienti di sicurezza) si verifica uno snervamento della trave, ma questa non basta a superare la verifica a stato limite d' esercizio.

Portare questo valore a 120 cm permette di superare entrambe le verifiche. Evidentemente avremmo potuto agire anche su altri parametri, soprattutto nel tipo di legno.

interax	qs	qp	qa	q	luce	M	fm,k	sig_d	b	h	hd	E	Ix	vmax	l/vmax	Verifica
m	kN/mq	kN/mq	kN/mq	KN/m	m	kN*m	N/mmq	N/mmq	cm	cm	cm	N/mmq	cm4	cm		
6	2,2275	4,65	2,00	71,64	4	573,16	24	13,24	30	93,04	95	8000	2143438	1,34	299,18	SI
4	2,2275	4,65	2,00	47,76	6	859,73	24	13,24	30	113,95	120,00	8000	4320000	2,24	267,99	SI

Per fare un po' di differenze, per gli stessi carichi, stessa tecnologia, telaio diverso poiché senza lo sbalzo, il momento massimo diminuiva talmente tanto che l' altezza minima da realizzare per la trave era di 41 cm per la luce di 4 mt e 51 per la luce di 6 mt. Le altezze in caso di sbalzo sono di più del doppio.

## STRUTTURA IN ACCIAIO

Per quanto riguarda la struttura in acciaio procederò allo stesso modo visto per il legno almeno fino all' inserimento della resistenza caratteristica dell' acciaio. Da essa si ricava la tensione di progetto che è data in funzione di un coefficiente dato dalla normativa.

A questo punto, dal momento che le travi di acciaio sono dei profilati standard, iniziamo a fare delle ipotesi di profilo. Iniziamo da una IPE 400 e inseriamo i dati richiesti che troviamo tabellati (sia per la trave lunga 4 mt che per quella lunga 6 mt). I dati richiesti sono il modulo di resistenza  $W_x$ , il Momento di inerzia  $I_x$ , e il peso del profilo al metro lineare.

Il peso del profilo al metro lineare, insieme ai carichi relativi all' area di influenza e quindi all' interasse delle travi ci da il carico che la trave deve sopportare compreso il peso proprio. Lo spostamento massimo si calcola in base alla stessa formula di Navier vista prima per il legno e ancora una volta è necessario fare una verifica a stato limite di esercizio.

interax	qs	qp	qa	q	luce	M	fy,k	f d	Wx	Ix	peso	q	E	vmax	I/vmax	VERIFICA	IPOTESI	Ix (min)
m	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN/m	m	kN*m	N/mm	N/mm	cm3	cm4	kN/m	kN/m	N/mm	cm				
6	2,52	3,44	2	47,76	4	382,08	275	239,13	1156,00	23130	0,663	48,423	210000	3,1901	125,39	NO	IPE400	46117,14
4	1,68	3,44	2,00	28,48	6	512,64	275	239,13	1156,00	23130	0,663	29,143	210000	9,7197	61,73	NO	IPE400	93673,93

Si vede come la verifica fallisce, nel caso della luce di 6 metri anche miseramente. Con un rapido calcolo inverso possiamo ipotizzare quale sia il valore di momento di inerzia minimo da ricercare sulle tabelle dei profilari per poter fare la scelta giusta, o almeno avvicinarsi. Infatti è possibile che pur approssimato per eccesso il momento di inerzia consigliato, si possa verificare che il peso proprio della struttura influisca talmente tanto da far fallire comunque la verifica facendo aumentare troppo lo spostamento massimo. In questo caso viene consigliato per lo sbalzo di 4 mt una profilo IPE 500, infatti inserendo un momento di inerzia di 48200 cm<sup>3</sup> La verifica risulta effettuata.

Nel secondo caso viene consigliato un momento di inerzia minimo che però è maggiore del più alto profilo IPE disponibile. E' probabile che la scelta migliore sia quella di cambiare tecnologia costruttiva.

interax	qs	qp	qa	q	luce	M	fy,k	f d	Wx	Ix	peso	q	E	vmax	I/vmax	VERIFICA	IPOTESI	Ix (min)
m	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN/m	m	kN*m	N/mm	N/mm	cm3	cm4	kN/m	kN/m	N/mm	cm				
6	2,52	3,44	2	47,76	4	382,08	275	239,13	1597,79	48200	0,663	48,423	210000	1,5309	261,29	SI	IPE500	46117,14
4	1,68	3,44	2,00	28,48	6	512,64	275	239,13	2143,77	92080	0,663	29,143	210000	2,4415	245,75	NO	IPE600	93673,93

## STRUTTURA IN CALCESTRUZZO ARMATO

Nel calcestruzzo armato è interessante vedere come il peso proprio abbia un' influenza di molto maggiore che non nelle altre tecnologie. Il modo di procedere è lo stesso, a meno del fatto che vi sono un numero maggiore di coefficienti dettati dalla norma, sintomo del fatto che questa sia una tecnologia ben lontana dall' essere standardizzata, proprio per la sua realizzazione in opera.

Inserendo tutti i dati necessari ed ipotizzando una base di 25 cm per entrambi gli sbalzi, considerando un copriferro di 5 cm (inteso dal centro del ferro d'armatura inferiore) abbiamo altezze consigliate di 49 e 59 cm rispettivamente per lo sbalzo di 4mt e per quello di 6 mt. Tra l'altro, nonostante la differenza tra gli sbalzi sia notevole, non lo è la differenza tra le altezze, a dimostrazione del fatto che il calcestruzzo armato ha una grande resistenza a flessione.

Per superare una verifica a flessione ci basterebbe superare i valori indicati anche di poco, ma nonostante questo la verifica a stato ultimo d'esercizio fallisce.

interax	qs	qp	qa	q	luce	Mmax	fy	fd_f	fck	fd_c	alfa	r
m	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN/m	m	kN*m	N/mm	N/mm	N/mm	N/mm		
6	0,55	5,24	2,00	46,74	4	373,92	235	204,35	50	28,57	0,68	1,95
4	0,55	5,24	2,00	31,16	6	560,88	235	204,35	50	28,57	0,68	1,95

b	h	delta	H	Hd	area	peso	q	E	Ix	vmax	I/vmax
cm	cm	cm	cm	cm	mq	kN/m	kN/m	N/mm	cm4	cm	
25	44,69	5	49,69	50	0,13	3,13	49,87	21002	260417	2,92	137,10
25	54,73	5	59,73	60	0,15	3,75	34,91	21003	450000	5,98	100,27

Verifica	Ix (min)	hd(min)
NO	474859,54	61,09
NO	1121946,86	81,36

Ancora una volta lo spostamento massimo sull' estremo libero dello sbalzo è troppo alto per superare una verifica a stato limite d'esercizio. Onde evitare di fare troppi tentativi ho inserito una colonna in cui, mediante formula inversa, si ha un momento di inerzia ed un' altezza di progetto consigliati.

Se proviamo a superare questi valori noteremo che la verifica continua a fallire per lo sbalzo di 6 mt

interax	qs	qp	qa	q	luce	Mmax	fy	fd_f	fck	fd_c	alfa	r
m	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN/m	m	kN <sup>2</sup> m	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>		
6	0,55	5,24	2,00	46,74	4	373,92	235	204,35	50	28,57	0,68	1,95
4	0,55	5,24	2,00	31,16	6	560,88	235	204,35	50	28,57	0,68	1,95

b	h	delta	H	Hd	area	peso	q	E	Ix	vmax	I/vmax
cm	cm	cm	cm	cm	m <sup>2</sup>	kN/m	kN/m	N/mm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm	
25	44,69	5	49,69	62	0,16	3,88	50,62	21002	496517	1,55	257,53
25	54,73	5	59,73	82	0,21	5,13	36,29	21003	1148683	2,44	246,26

Verifica	Ix (min)	hd(min)
SI	482001,71	61,39
NO	1166136,98	82,41

Questo è dovuto al grande contributo che il peso proprio del calcestruzzo dà al carico che la struttura deve sopportare, e se ancora la verifica a flessione non fallisce, è vero che fallisce quella a deformabilità.

Viene consigliato ancora un valore di più di 82 cm, ed infatti se si prova a inserire 83 cm la verifica viene superata

interax	qs	qp	qa	q	luce	Mmax	fy	fd_f	fck	fd_c	alfa	r
m	kN/mq	kN/mq	kN/mq	kN/m	m	kN <sup>2</sup> m	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>		
6	0,55	5,24	2,00	46,74	4	373,92	235	204,35	50	28,57	0,68	1,95
4	0,55	5,24	2,00	31,16	6	560,88	235	204,35	50	28,57	0,68	1,95

b	h	delta	H	Hd	area	peso	q	E	Ix	vmax	I/vmax
cm	cm	cm	cm	cm	m <sup>2</sup>	kN/m	kN/m	N/mm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm	
25	44,69	5	49,69	62	0,16	3,88	50,62	21002	496517	1,55	257,53
25	54,73	5	59,73	83	0,21	5,19	36,35	21003	1191223	2,35	254,94

Verifica	Ix (min)	hd(min)
SI	482001,71	61,39
SI	1168145,62	82,46

Nella verifica a resistenza a flessione della trave non a sbalzo erano di 38 e di 46 cm rispettivamente per gli sbalzi di 4 e 6 mt. Ancora una volta stupisce la scarsa differenza che c'è tra questi valori e quelli della trave a sbalzo (solo per quanto riguarda la deformabilità) a dimostrazione della grande resistenza del calcestruzzo armato.

Purtroppo il fatto che resista molto prima di rompersi lo rende un materiale molto elastico provocando quindi grandi spostamenti massimi che devono essere contenuti.