

STRUTTURA: organizzazione e assunzioni

Organizzazione

La struttura che andremo ad analizzare presenta un'organizzazione a telai in **calcestruzzo armato** ed è relativa ad un edificio residenziale di 5 piani.

La pianta della carpenteria conta un totale di 20 pilastri posti a due diversi interassi: 500 cm e 600 cm. L'orditura dei solai è uguale in ogni campata e nelle due centrali troviamo una variazione, dovuta alla presenza di una pensilina che fa aggettare il solaio di 200 cm. (Vedi allegato 01, **Img. 01**)

Assunzioni

Al fine di un predimensionamento di massima dovremo considerare la reale struttura a telai in maniera semplificata, trascurando la presenza di nodi rigidi tra l'elemento trave e l'elemento pilastro e riconducendo quest'ultimi a schemi statici semplici:

- Le travi saranno considerate come doppiamente appoggiate e dunque soggette a flessione pura (vedi allegato 01, **Img 02**)
- Le travi in aggetto seguiranno lo schema statico di una mensola (vedi allegato 01, **Img 03**)
- I pilastri lavoreranno come dei puntoni, quindi elementi soggetti a compressione pura e collaboreranno tra loro in alzato secondo il modello a pilastrata. (vedi allegato 01, **Img 04**)

Oltre a questa prima semplificazione, se ne farà un'altra, che considererà una progettazione di massima relativa ai soli elementi più sollecitati e che verrà poi estesa ai restanti:

- tra le travi sarà presa in considerazione quella che sostiene maggiore porzione di solaio, detta "area di influenza";
- per i pilastri saranno quelli del piano terra ad essere considerati, secondo il supposto comportamento a pilastrata;
- per le travi in aggetto la più sollecitata sarà la più lunga.

TRAVE: analisi dei carichi e dimensionamento di massima

Per poter dimensionare una trave appoggiata soggetta a flessione pura, dovremo considerare, nel calcolo del M_{max} il carico distribuito q , espresso in KN/m, agente su di essa. A tal proposito bisognerà partire dalla cosiddetta "analisi dei carichi".

Analisi dei carichi

Considero 1 mq di solaio, differenziando i carichi che lo compongono in strutturali (q_s), sovraccarichi permanenti (q_p), sovraccarichi accidentali (q_a). Ipotizzando un classico solaio in latero-cemento, ai primi apparterranno lo strato di soletta, i travetti e le pignatte (pure non essendo queste ultime degli elementi propriamente portanti); dei sovraccarichi permanenti faranno parte gli strati di pavimentazione, allettamento, massetto e strato di intonaco; il carico accidentale considerato in questo dimensionamento sarà solo quello relativo alla destinazione d'uso dell'edificio, in questo caso, residenziale, quindi pari a 2,00 KN/mq.

(vedi Allegato 01, **Img 05**)

Per il calcolo dei carichi strutturali (q_s) e dei sovraccarichi permanenti (q_p) dobbiamo considerare il peso specifico del materiale scelto e il volume in $1 m^2$ di solaio.

Nel caso degli strati (massetto, pavimentazione, allettamento, soletta e intonaco), il calcolo da eseguire sarà il seguente:

$$q \left(\frac{KN}{m^2} \right) = (\text{Peso specifico} \left(\frac{KN}{m^3} \right) \times \text{Volume} (m^3)) / 1 m^2 \text{ di solaio}$$

mentre per gli elementi lineari come i travetti e le pignatte dovremo considerare nel calcolo l'interasse al quale sono posti e 1 m lineare di solaio:

$$q \left(\frac{KN}{m^2} \right) = (\text{Peso specifico} \left(\frac{KN}{m^3} \right) \times \text{Volume} (m^3) \times \frac{1}{interasse}) / 1 m \text{ di solaio}$$

(Vedi allegato 01, **Img. 06**)

Una volta ricavati i carichi q_s , q_p , q_a , in base alle disposizioni della normativa (NTC 2008) e allo stato limite in cui stiamo progettando (Stato Limite Ultimo), dovremo sommarli moltiplicandoli per i rispettivi coefficienti di sicurezza (γ).

Applichiamo così la Combinazione fondamentale dello S.L.U. :

$$q \text{ solaio} \left(\frac{KN}{m^2} \right) = \gamma_s (1.3) \times q_s + \gamma_p (1.5) \times q_p + \gamma_a (1.5) \times q_a \text{ (vedi } \mathbf{Img 07})$$

Il carico agente sulla trave, per il calcolo del M_{max} , è su metro lineare (KN/m), mentre quello appena ottenuto è ancora riferito ad un metro quadro di solaio.

Per determinarlo basterà moltiplicare il carico del solaio per l'*interasse*.

$$q \text{ trave} \left(\frac{KN}{m} \right) = q \text{ solaio} \left(\frac{KN}{m^2} \right) \times interasse (m) \text{ (vedi Allegato 01, } \mathbf{Img 08})$$

Dimensionamento di massima

Il dato preliminare al dimensionamento di massima di una trave in calcestruzzo armato è il Momento massimo M_{max} che, nel caso di una trave appoggiata con carico uniformemente distribuito, viene raggiunto nella sezione di mezzera e viene calcolato dalla formula:

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8}$$

Dove q è pari al carico su metro lineare precedentemente ottenuto.

Infatti, se si procede con un'analisi dimensionale, potremmo facilmente dedurre l'unità di misura del carico necessaria per verificare l'equazione appena scritta.

(vedi allegato 01, **Img 09**)

$$[F] \cdot [L] = \frac{[F]}{[L]} \cdot [L]^2$$

Gli altri dati necessari al dimensionamento minimo di una trave a sezione rettangolare in calcestruzzo armato sono:

- la base, ipoteticamente larga 30 cm;
- le tensioni di progetto dei materiali coinvolti, quella del calcestruzzo (f_{cd}) e dell'acciaio da carpenteria (f_{yd}).

Il calcestruzzo viene classificato in ordine di resistenza e siglato in questa maniera:

$$C \ fck / Rck$$

dove:

C sta per "concrete" (calcestruzzo);

fck è il valore di resistenza caratteristica cilindrica a compressione;

Rck è il valore di resistenza caratteristica cubica a compressione.

Per motivi economici, trovandoci nel caso di una costruzione civile residenziale, è bene scegliere il calcestruzzo con minore classe di resistenza.

Dalla tabella riportata in normativa (**vedi Img 10**), per questo motivo sceglieremo il calcestruzzo di tipo C 16/20.

La tensione di nostro interesse è la f_{ck} , pari in questo caso a 16 MPa.

Tuttavia la normativa in caso di progetto impone che la resistenza del materiale venga sottostimata e dunque divisa per un coefficiente cautelativo pari a 1.5 per il calcestruzzo e moltiplicata per un valore pari a 0.85 che tiene conto delle imperfezioni del materiale.

Dalla tensione caratteristica (f_{ck}) si passerà dunque alla tensione di progetto (f_{cd})

$$f_{cd} = \frac{16 \text{ MPa}(f_{ck})}{1.5 (\gamma_c)} \cdot 0.85 (\alpha_{cc}) = 9,07 \text{ MPa}$$

Analogamente la tensione caratteristica dell'acciaio da carpenteria subirà per le stesse ragioni, da normativa, un abbassamento cautelativo.

$$f_{yd} = \frac{450 \text{ MPa}(f_{yk})}{1.15 (\gamma_s)} = 391,3 \text{ MPa}$$

A questo punto si può ricavare l'altezza minima della trave dalle seguenti formule:

$$h_{min} = h_u + \delta$$

$$\delta = 5 \text{ cm}$$

$$h_u = \sqrt{\frac{2M_{max}}{b \cdot f_{cd} \cdot \left(\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)\right)}}$$

$$\alpha = \frac{f_{cd}}{\left(f_{cd} + \frac{f_{yd}}{n}\right)}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 15 \text{ (NTC 2008)}$$

Una volta eseguiti i calcoli (vedi [Img 11](#)), avremo ottenuto, dopo opportuni arrotondamenti, un dimensionamento di massima della trave 30cm x 90 cm.

Verifica con peso proprio

Il dimensionamento appena ottenuto, come si può intuire dalle formule, considera l'azione flettente provocata dal solo carico del solaio. Tuttavia è bene considerare anche l'apporto di carico dovuto al peso proprio della trave.

Il nuovo dimensionamento considererà il carico del solaio e il peso proprio della trave moltiplicato per un fattore di sicurezza pari a 1.3, alla fine del quale otterremo una nuova altezza che dovrà essere minore a quella precedentemente calcolata.

A seguito dei calcoli la trave di base 30cm e altezza 90 cm non risulta verificata se si considera il sovraccarico del peso proprio della trave. (vedi [Img. 12](#))

A questo punto si può intervenire sulla geometria della sezione o sulla resistenza del materiale, prendendo una f_{ck} superiore.

Ipotizzando una nuova sezione con base di 40 cm la trave risulta verificata. (vedi [Img. 13](#))

TRAVE A SBALZO: dimensionamento di massima e verifica a deformabilità.

Dimensionamento di massima

Prendendo in considerazione la pensilina presente da progetto, dovremmo diversamente dimensionare la trave a sbalzo (vedi [Img. 14](#)) che, in base alle assunzioni descritte in precedenza, andremo a studiare dal punto di vista statico come il caso di una mensola con carico uniformemente distribuito.

(vedi [Img.03](#))

Pertanto il procedimento dell'analisi dei carichi rimarrà pressoché invariato ad eccezione di alcune variazioni come la luce e l'interasse, mentre per quanto riguarda il dimensionamento inciderà il nuovo calcolo del M_{max} che darà luogo dunque ad una diversa altezza utile e quindi ad una diversa sezione relativa alle travi in oggetto. Nella sezione di incastro dunque il nuovo momento sarà pari a:

$$M_{max} = \frac{ql^2}{2}$$

Sfruttando le formule precedentemente usate per le travi doppiamente appoggiate, avremo ricavato, grazie al foglio di calcolo Excel, le nuove dimensioni della mensola che dovrà inoltre resistere anche con l'aggiunta del peso proprio (vedi [Img. 15](#)).

A questo punto le mensole andranno verificate anche in base all'abbassamento dovuto a carico proprio.

Verifica a deformabilità

Il calcolo dell'abbassamento di una trave V_A mette in gioco diversi fattori:

- il carico q (che in questo caso non sarà lo stesso usato per il dimensionamento)
- la luce della trave l (è il parametro che influisce di più essendo una potenza alla quarta)
- il materiale, ovvero il modulo elastico E
- la geometria, ovvero il momento d'inerzia della sezione I

L'abbassamento di una mensola con carico uniformemente distribuito infatti è pari a:

$$V_A = \frac{ql^4}{8EI}$$

Il carico q questa volta sarà più basso di quello utilizzato nel dimensionamento, in quanto la verifica ad abbassamento si effettua allo S.L.E.

Di conseguenza andrà calcolato un nuovo carico, minore del precedente, che segue una nuova combinazione di carico, cosiddetta "frequente":

$$q_e = q_s + q_p + \psi(0.5) \cdot q_a$$

Una volta calcolato l'abbassamento V_A tramite la formula riportata in precedenza, resterà da verificare l'entità di questa deformazione.

La normativa impone per le coperture in generale, che il rapporto tra la luce e l'abbassamento massimo sia maggiore di 200 o che l'abbassamento non debba superare 1/200 della luce.

$$\frac{l}{V_A} \geq 200$$

$$V_A \leq \frac{1}{200} l$$

Dai calcoli elaborati sul foglio elettronico Excel risulta che l'abbassamento rientri nei limiti imposti dalla normativa e che dunque la trave sia verificata.

(vedi [Img. 16](#))

PILASTRO: dimensionamento e verifica a presso flessione.

Dimensionamento

Si considerino i pilastri soggetti inizialmente a compressione pura e con comportamento a "pilastrata" che prevede una continuità in alzata tra i pilastri i quali si scambiano delle forze, dando vita quindi ad uno sforzo normale costante a tratti e dato dalla somma delle forze verticali provenienti dai solai e dalle travi di ogni piano. (vedi [Img. 04](#))

Il primo step è quello di determinare la quantità di sforzo normale N_{max} gravante sull'area del pilastro più sollecitato, ovvero quello al pian terreno con maggiore area d'influenza. (vedi [Img. 17](#))

Anche in questo caso dovremo considerare l'azione combinata del carico del solaio e del peso proprio delle travi che si incrociano sul pilastro. Sia del solaio che del pilastro considereremo solo la porzione interessata dall'area di influenza.

Quindi per determinare i rispettivi carichi faremo:

$$q \text{ trave (KN)} = 1.3 \times q \text{ peso proprio trave } \left(\frac{KN}{m} \right) \times l \text{ (m)}$$

$$q \text{ solaio (KN)} = 1.3 \times q \text{ solaio allo S.L.U } \left(\frac{KN}{m^2} \right) \times \text{area d'influenza (m}^2\text{)}$$

A questo punto dovremo considerare la somma di queste due componenti di carico per ogni piano della struttura, avendo deciso di dimensionare il pilastro del piano terra su cui grava la somma dei pesi proveniente dai piani superiori, sia in termini di solaio che di travi. Per cui:

$$N_{max} = (q_{trave} + q_{solaio}) \cdot n_{piani}$$

L'ultimo dato che bisogna stabilire prima di ottenere l'Area minima che deve avere la sezione in modo tale che il materiale non entri in crisi per rottura, è quello per l'appunto relativo alla natura del materiale, o meglio, alla sua resistenza di progetto (f_{cd}).

Utilizzeremo, come in precedenza, il calcestruzzo strutturale con minore classe di resistenza, quindi scegliamo il C 16/20 la cui resistenza caratteristica (f_{ck}) è 16 MPa.

Applicando la seguente formula avremo quindi ottenuto l'Area minima:

$$A_{min} = \frac{N_{max}}{f_{cd}}$$

(vedi [Img. 18](#))

A questo punto per ottenere la **base minima** della sezione in calcestruzzo, dovremo far riferimento al raggio d'inerzia minimo, essendo i due concetti collegati dalle seguenti formule:

$$\rho_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A_{min}}} = \sqrt{\frac{b^3 h / 12}{b_{min} \cdot h_{min}}} = \sqrt{\frac{b}{12}}$$

quindi:

$$b = \rho_{min} \cdot \sqrt{12}$$

Ingegnerezziando la base minima, arrotondiamo ottenendo un' area di progetto (A_{design}) di 40x40cm, tenendo conto della base alla quale erano stati progettate le travi 40x90cm. La sezione appena ipotizzata è dimensionata tenendo conto della snellezza e del carico normale gravante su di essa tuttavia, nel caso del calcestruzzo armato, avvenendo il nodo tra trave e pilastro come un nodo rigido, esiste nella realtà la componente di momento flettente che viene trasmessa al pilastro che risulterà dunque non più solo compresso ma "presso-inflesso".

Pertanto sarà necessario procedere con un'ulteriore verifica a presso inflessione.

(vedi [Img. 19](#))

Verifica a presso-flessione

Se fino ad ora la tensione massima σ_{max} teneva conto del solo sforzo Normale e dell'Area minima, adesso completeremo la formula nel seguente modo:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A_d} + \frac{M_t}{W_{max}}$$

dove: $M_t = \frac{ql^2}{12}$, con $q = q_{SLU} \cdot i_{travi\ principali}$
 $W_{max} = \frac{bh^2}{6}$

Per far sì che il pilastro appena dimensionato risulti verificato anche con l'aggiunta del contributo fornito dal Momento trasmesso nel nodo; bisognerà accertarsi che:

$$\sigma_{max} \leq f_{cd}$$

Nel caso del pilastro 40x40cm questo non risulta verificato a presso-flessione.
(vedi [Img. 20](#))

Per fare in modo che questa verifica venga soddisfatta, agiremo su determinati parametri.
In questo caso sulla sezione, portandola a 65x65 cm.

(vedi [Img. 21](#))

Infatti la tensione massima è strettamente legata a parametri geometrici, poiché:

Se voglio diminuire il σ_{max}

dato che: $\sigma_{max} = \frac{N}{A_d} + \frac{M_t}{W_{max}} = \frac{N}{b_d \cdot h_d} + \frac{ql^2}{12} \cdot \frac{6}{bh^2}$

dovrò aumentare b_d e h_d .

Conclusioni

Il pilastro non può avere le stesse dimensioni di base della trave progettata (40x90cm) in quanto, come osservato nell [Img. 20](#) , non può risulta verificato a presso-flessione. Un'altra soluzione, oltre a quella di intervenire sui parametri geometrici del pilastro o della trave, sarebbe quella di aumentare la **classe di resistenza** del materiale calcestruzzo e riprovare un dimensionamento con un calcestruzzo superiore a **C16/20**.

