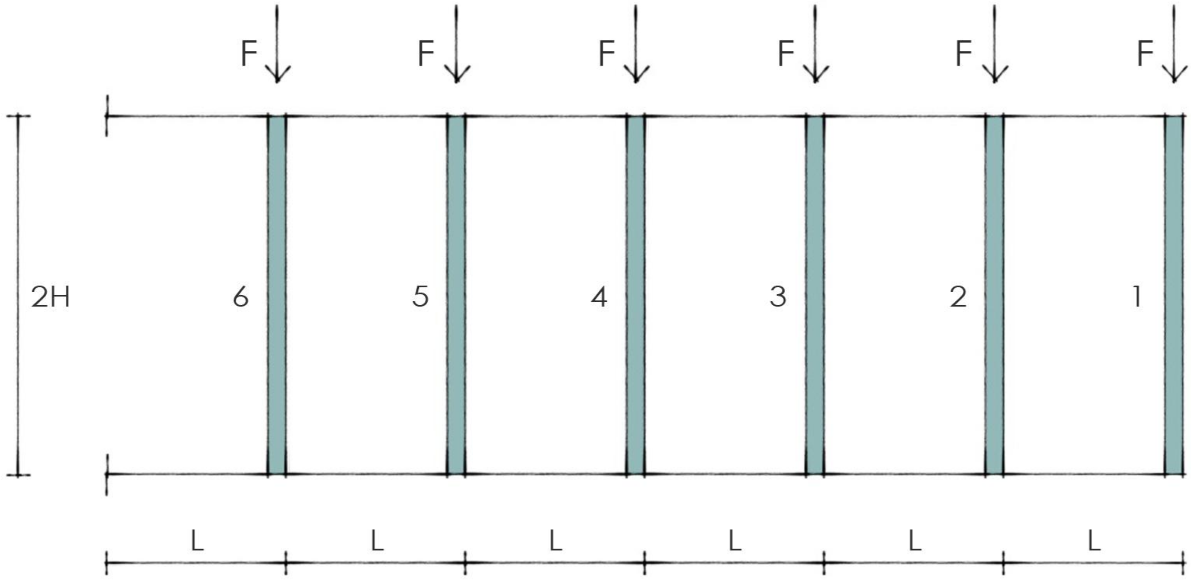
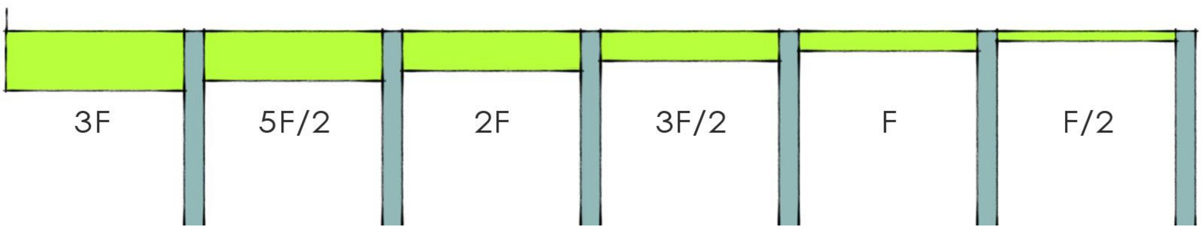
ESERCITAZIONE 1 SUL CONCETTO DI RIGIDEZZA_23-04-2013

Il primo esercizio riguarda una struttura composta da 6 telai **shear type** sovrapposti, ma ruotata come se fosse una mensola. Come vedremo, però, rispetto alla canonica mensola della medesima lunghezza può vantare valori del Momento flettente molto più contenuti.

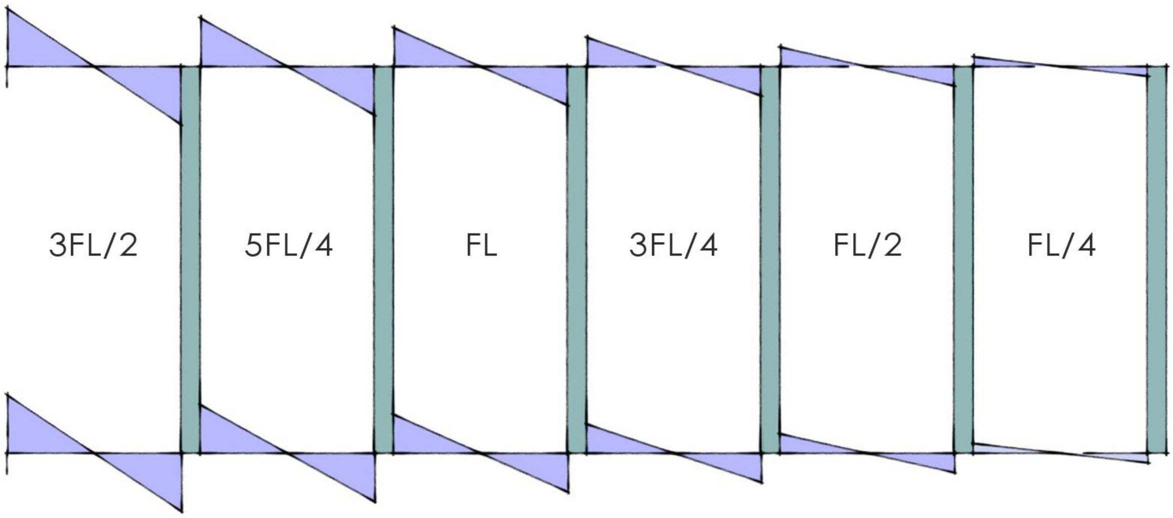


Innanzitutto, possiamo calcolare rapidamente i valori costanti del **Taglio nei pilastri** utilizzando l'equilibrio delle forze orizzontali. Nell'analisi precedente del Telaio Shear Type abbiamo potuto constatare come la forza agente si ripartisca in maniera proporzionale alla rigidezza e, conseguentemente, alla luce. Essendo i nostri pilastri tutti di uguale lunghezza, materiale e sezione, avranno la stessa rigidezza, quindi si fanno carico ciascuno della metà della forza agente:

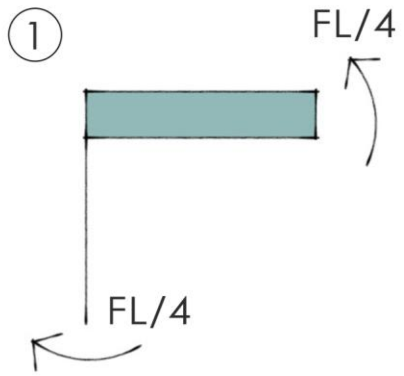


I valori del Taglio ottenuti consentono di calcolare i valori del **Momento Flettente** massimo negli incastri, sempre per quanto concerne i pilastri. Infatti, è sufficiente moltiplicare il valore del taglio nel pilastro in questione per la metà della lunghezza dello stesso:

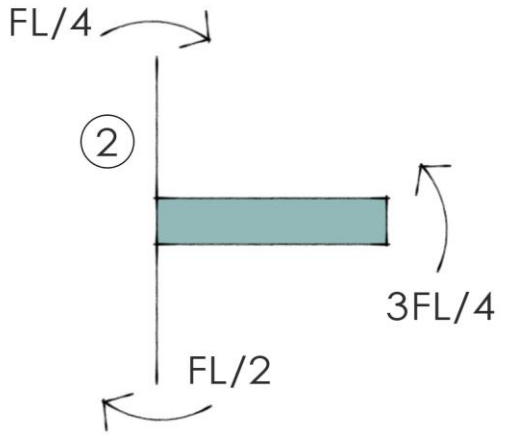
- $\mathbf{M_{p1}}$ = F/2 * L/2 = **FL/4**
- $\mathbf{M_{p2}}$ = F * L/2 = **FL/2**
- $\mathbf{M_{p3}}$ = 3F/2 * L/2 = **3FL/4**
- $\mathbf{M_{p4}}$ = 2F * L/2 = **FL**
- $\mathbf{M_{p5}}$ = 5F/2 * L/2 = **5FL/4**
- $\mathbf{M_{p6}}$ = 3F * L/2 = **3FL/2**



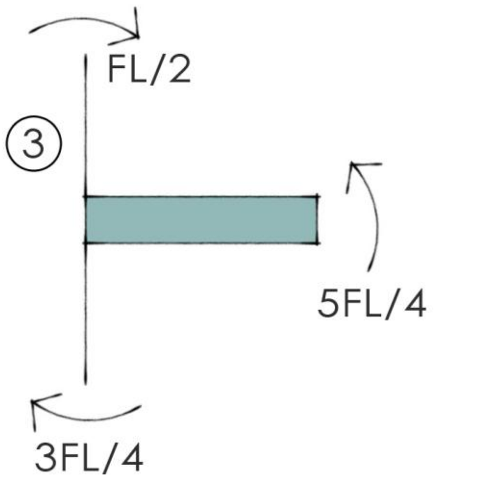
A questo punto passiamo ad analizzare le **travi** e prima di tutto calcoliamo il loro Momento Flettente mediante l'equilibrio dei momenti nei nodi:



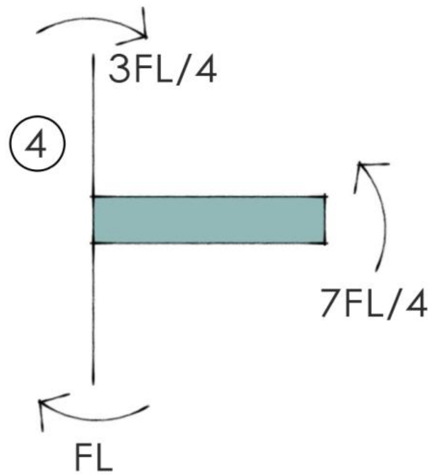
M_{t1}= FL/4



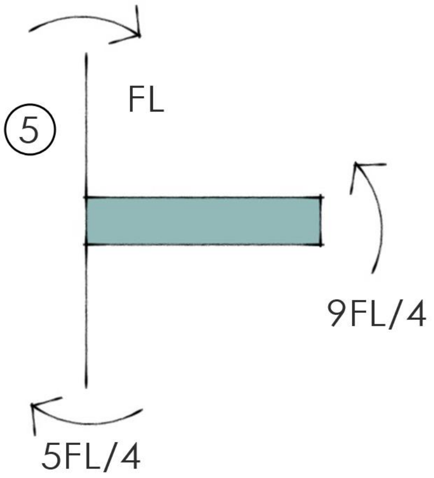
M_{t2}= FL/4+FL/2 = 3FL/4



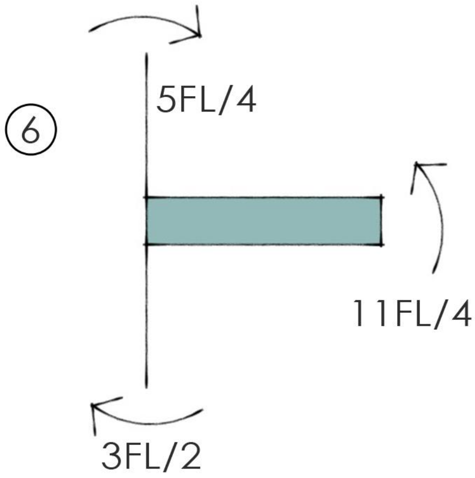
M_{t3}= FL/2+3FL/4 = 5FL/4



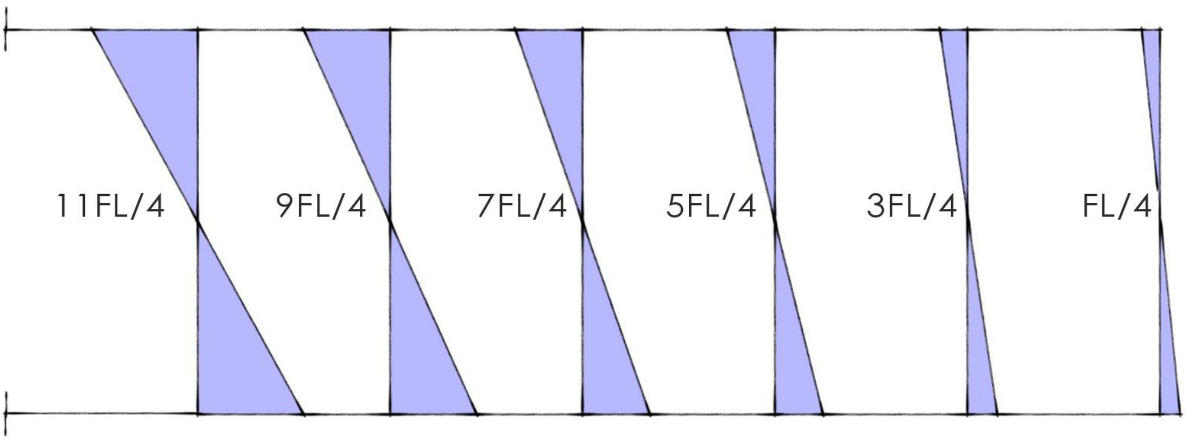
M_{t4}= 3FL/4+FL = 7FL/4



M_{t5}= FL+5FL/4 = 9FL/4

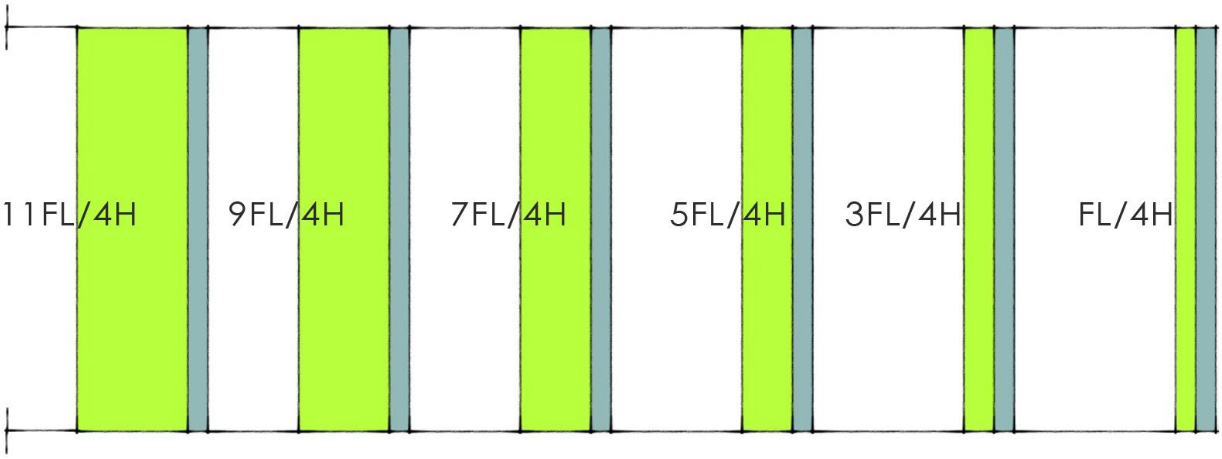


M_{t6}= 3FL/2+5FL/4 = 11FL/4



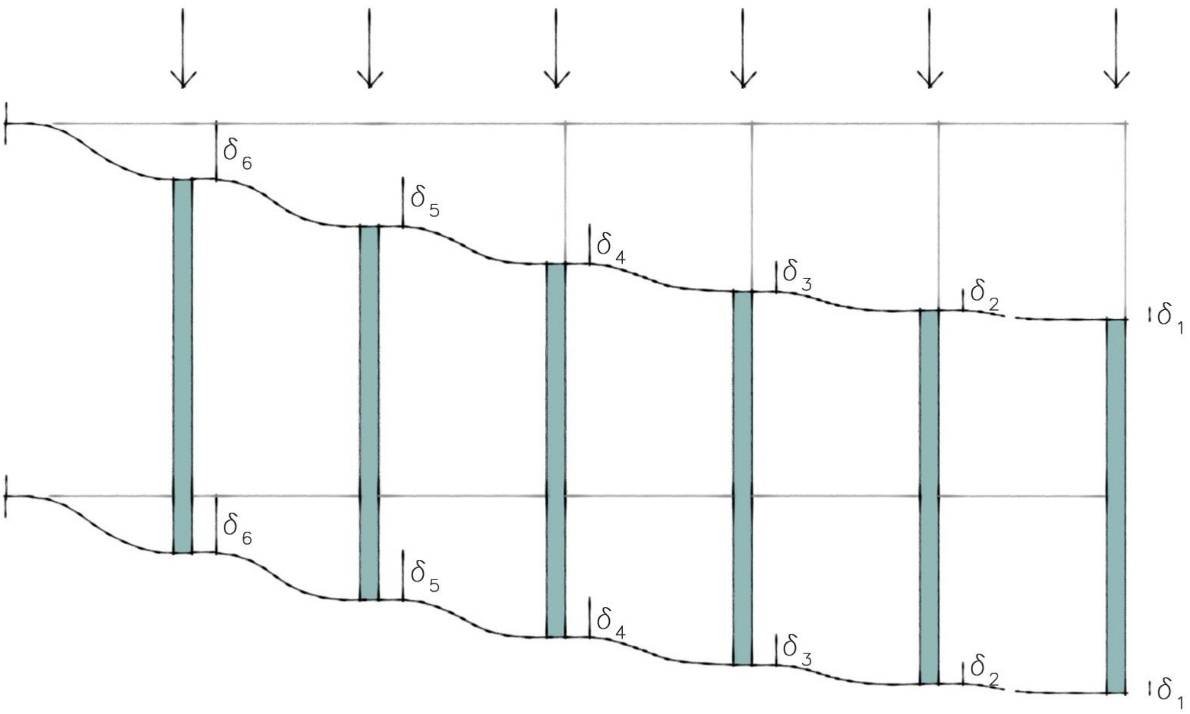
Ora avendo i valori dei Momenti, determiniamo quelli del **Taglio nelle travi**. Essendo i due momenti agli estremi concordi, sommiamo i loro valori e dividiamo il risultato ottenuto per la luce, ovvero per il braccio, quantificando così il valore del Taglio:

- T_{t1} = (FL/4 + FL/4)/2H = **FL/4H**
- T_{t2} = (3FL/4 + 3FL/4)/2H = **3FL/4H**
- T_{t3} = (5FL/4 + 5FL/4)/2H = **5FL/4H**
- T_{t4} = (7FL/4 + 7FL/4)/2H = **7FL/4H**
- T_{t5} = (9FL/4 + 9FL/4)/2H = **9FL/4H**
- T_{t6} = (11FL/4 + 11FL/4)/2H = **11FL/4H**



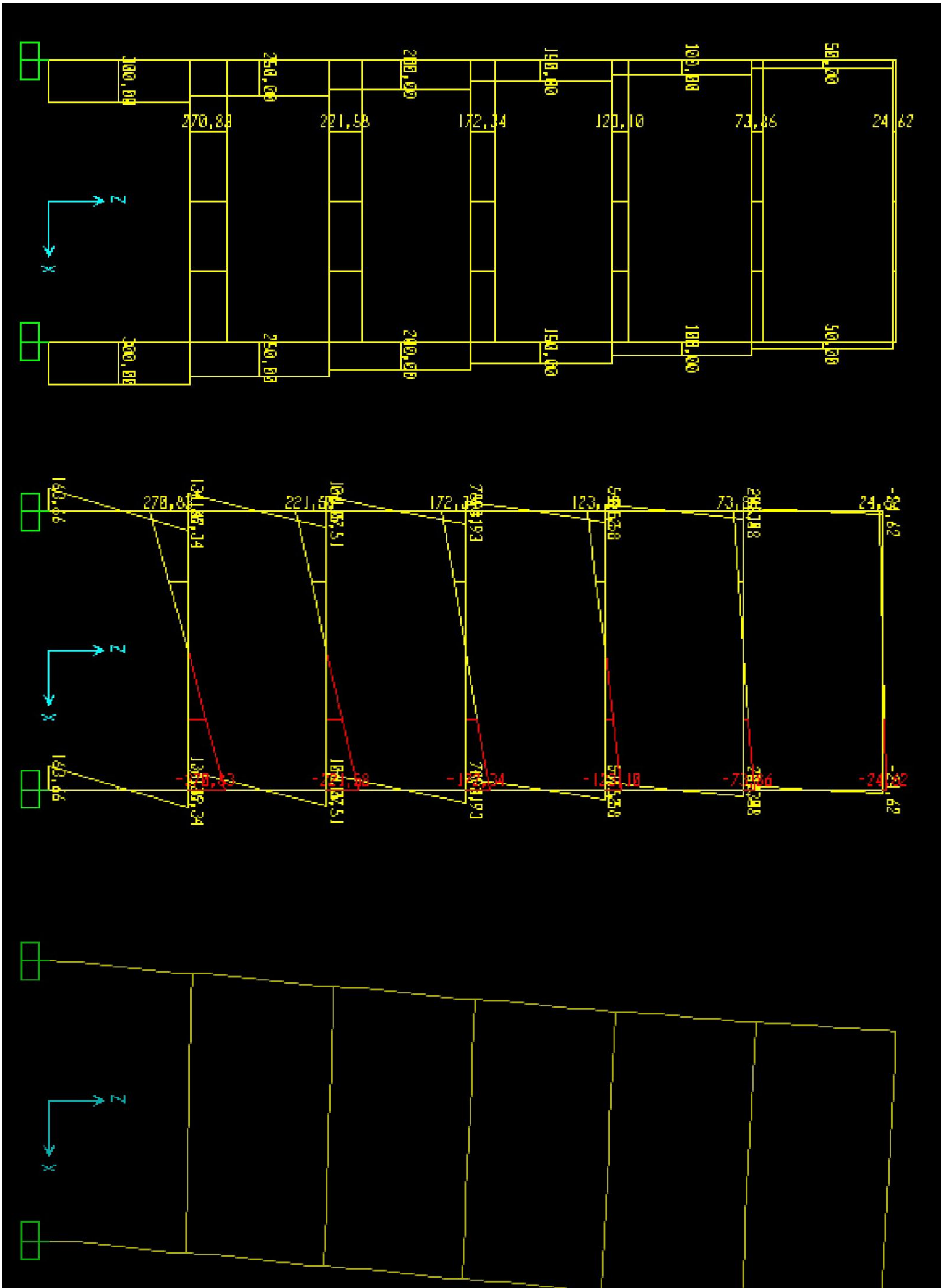
In precedenza abbiamo sottolineato come i pilastri abbiano tutti la medesima **rigidezza** che, dall'analisi precedente del telaio shear type, possiamo ritenere uguale a **$12EI/L^3$**. A questo punto siamo in possesso di tutti i requisiti utili alla determinazione degli **spostamenti δ**. Ancora una volta ci affidiamo all'equilibrio alla traslazione orizzontale del corpo rigido identificato con la trave:

- $F/2 = T = (12EI/L^3)\delta \longrightarrow$ $\boldsymbol{\delta_1 = FL^3/24EI}$
- $F = T = (12EI/L^3)\delta \longrightarrow$ $\boldsymbol{\delta_2 = FL^3/12EI}$
- $3F/2 = T = (12EI/L^3)\delta \longrightarrow$ $\boldsymbol{\delta_3 = FL^3/8EI}$
- $2F = T = (12EI/L^3)\delta \longrightarrow$ $\boldsymbol{\delta_4 = FL^3/6EI}$
- $5F/2 = T = (12EI/L^3)\delta \longrightarrow$ $\boldsymbol{\delta_5 = 5FL^3/24EI}$
- $3F = T = (12EI/L^3)\delta \longrightarrow$ $\boldsymbol{\delta_6 = FL^3/4EI}$



VERIFICA SU SAP

In ultima istanza, possiamo verificare i risultati ottenuti mediante **SAP**. Utilizziamo un modello "2D Frames" con il numero di piani e di campate identico a quello in esame e con le medesime lunghezze. Assegniamo ai pilastri il materiale acciaio di default e una sezione di un profilo qualsiasi; per quanto riguarda le travi, invece, dobbiamo far attenzione a modificare i parametri giusti al fine di renderle **infinitamente rigide da un punto di vista flessionale**: essendo la rigidezza dipendente dal materiale (modulo elastico E), dalla sezione (momento d'inerzia I) e dalla luce (L), è sufficiente assegnare un materiale dal modulo elastico infinitamente elevato. Come possiamo vedere dalle immagini dei diagrammi di Taglio e Momento e dalla deformata i risultati precedentemente calcolati sono in linea con il reale comportamento della struttura:



300,00
250,00
200,00
150,00
100,00
50,00
270,83
221,58
172,34
121,10
73,86
24,62
X
Z