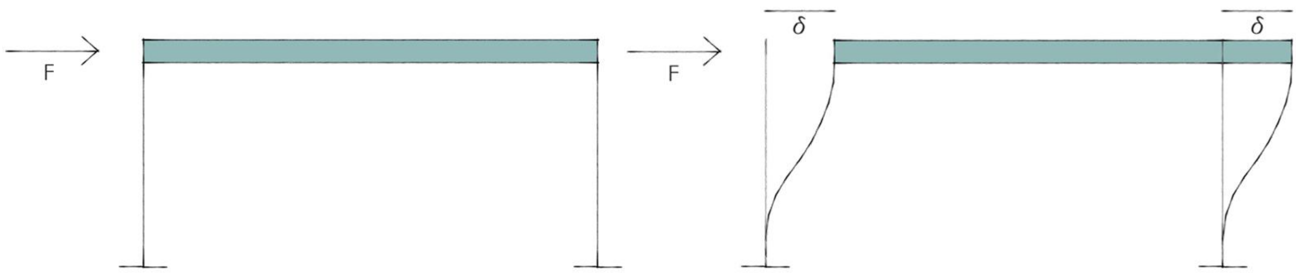
CONCETTO DI RIGIDEZZA_23-04-2013

Prima di procedere con l'esercitazione è bene definire il concetto di **rigidezza**. Essa può essere espressa come la forza necessaria ad imprimere uno spostamento unitario, dal momento che la **forza F** è pari alla **rigidezza K** per lo **spostamento** δ. In sostanza è ciò che lega la causa (forza) all'effetto prodotto (spostamento): maggiore è la rigidezza, maggiore dovrà essere la forza necessaria a produrre un medesimo spostamento.

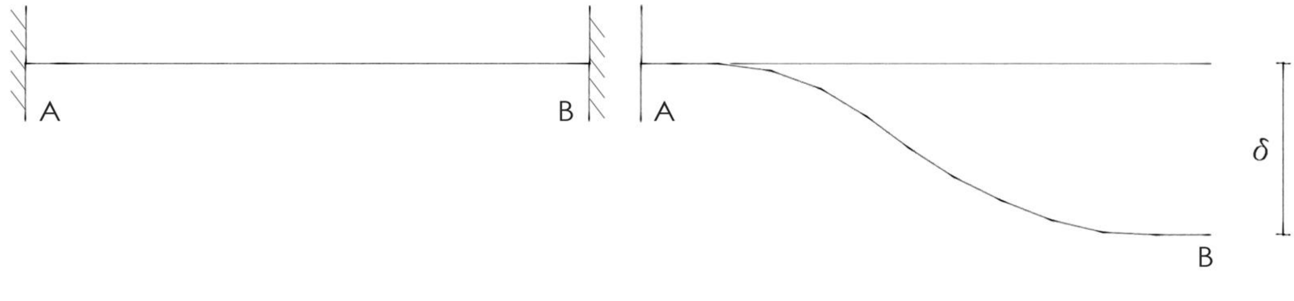
- $F = k * \delta$ k = rigidezza

TELAIO SHEAR TYPE

Questo tipo di telaio costituisce una delle 2 configurazioni limite attraverso la quale studiamo in maniera ideale il comportamento di un portale. In particolare esso è legato intrinsecamente al concetto di rigidezza, in quanto un assunto imprescindibile è che la trave sia considerata come un **corpo rigido piano**, la cui rigidezza flessionale infinita non ne consente alcuna deformazione.
Non essendoci deformazione, né rotazione negli incastri tra pilastri e trave, quest'ultima trasla orizzontalmente di una lunghezza δ che intendiamo conoscere. Siccome la forza F è nota, necessitiamo della rigidezza dei pilastri, unici elementi deformabili del sistema e oggetto della nostra analisi.



Il pilastro in esame è una struttura 3 volte iperstatica dal momento che è incastrato ad entrambi gli estremi, ma possiamo imporre un **cedimento vincolare elastico** nell'estremo destro per il quale l'elemento si deforma. La deformazione presuppone una curvatura e di conseguenza un momento, a prescindere dalla presenza di un carico.



Proprio l'assenza del carico ci consente di utilizzare con maggiore semplicità l'**integrazione della linea elastica**:

- $EI * d^4v + q = 0 \longrightarrow d^4v = 0$
- $v(s) = C_1*s^3/6 + C_2*s^2/2 + C_3*s + C_4$
- $\varphi(s) = C_1*s^2/2 + C_2*s + C_3$

Per trovare le 4 costanti di integrazione incognite investighiamo le **condizioni al bordo**:

- **estremo A**
  - $v(0) = 0 \longrightarrow C_4 = 0$
  - $\varphi(0) = 0 \longrightarrow C_3 = 0$
- **estremo B**
  - $v(l) = -\delta \longrightarrow C_2 = -(6/l^2)\delta$
  - $\varphi(l) = 0 \longrightarrow C_1 = (12/l^3)\delta$

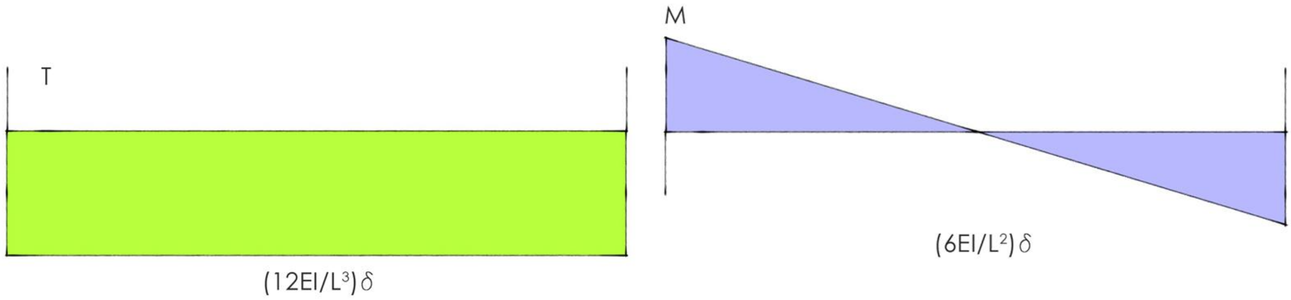
A questo punto possiamo scrivere le equazioni dello **spostamento v** e della **rotazione φ** :

- $v(s) = (12/l^3)\delta * s^3/6 - (6/l^2)\delta * s^2/2$
- $\varphi(s) = (12/l^3)\delta * s^2/2 - (6/l^2)\delta * s$

Deriviamo la rotazione φ per ottenere la **curvatura χ**. Da quest'ultima ricaviamo il **Momento flettente M** e il **Taglio T** che ne è la derivata:

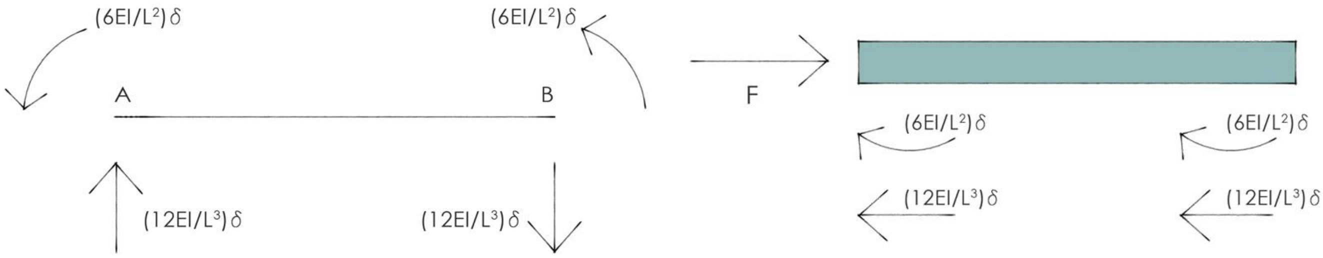
- $\chi(s) = (12/l^3)\delta * s - (6/l^2)\delta$
- $M(s) = EI * \chi(s) \longrightarrow M(s) = (12EI/l^3)\delta * s - (6EI/l^2)\delta$
- $T(s) = -dM(s)/ds \longrightarrow T(s) = -(12EI/l^3)\delta$

Ottenute le equazioni di taglio e momento, possiamo diagrammare i due sforzi:



Le tensioni calcolate sono le **reazioni vincolari** nel pilastro, ma dobbiamo tenere a mente che esso fa parte di un telaio, quindi tali tensioni si trasmettono, uguali ed opposte, all'interno della trave:

Pilastro **Trave**



Attraverso l'**equilibrio alla traslazione orizzontale** del corpo ridido trave calcoliamo il valore dello **spostamento** δ e della **rigidezza**:

- $F = 2\,T = (24EI/l^3)\delta \longrightarrow \delta = Fl^3/24EI$
- $F = 2\,T = (24EI/l^3)\delta \longrightarrow$ $\mathbf{k = 24EI/l^3}$ ($12EI/l^3$ per ogni pilastro)